Corrigé Minibac n° 5a

On dispose de 4 hélicoptères de tourisme, de 4 pilotes et de 8 hôtesses de l'air.
Combien de façons différentes y a-t-il d'attribuer les pilotes et hôtesses de l'air aux hélicoptères de manière que chaque hélicoptère ait un pilote et deux hôtesses de l'air ?

On fait les choix successifs suivants :

On choisit 2 hôtesses parmi 8 et un pilote parmi 4 pour le premier hélicoptère.
Il y a donc $\binom{8}{2} \times \binom{4}{1} = 28 \times 4 = 112$ tels choix.

Pour le deuxième hélicoptère, on choisit 2 hôtesses parmi les 6 restantes, puis un pilote parmi les 3 restants. Il y a donc $\binom{6}{2} \times \binom{3}{1} = 15 \times 3 = 45$ tels choix.

Pour le troisième hélicoptère, on choisit 2 hôtesses parmi les 4 restantes, puis un pilote parmi les 2 restants. Il y a donc $\binom{4}{2} \times \binom{2}{1} = 6 \times 2 = 12$ tels choix.

Pour le dernier hélicoptère, on n'a plus de choix à faire : on lui affecte les deux dernières hôtesses et le dernier pilote.

Le nombre total de choix est donc $112 \times 45 \times 12 = 60480$

Corrigé Minibac n° 5b

Fred et Émile font partie d'une équipe de 8 joueurs (6 garçons et 2 filles). On décide de fabriquer un comité de 3 joueurs.

1. Combien y-a-t-il de comités possibles ?
2. Combien y-a-t-il de comités contenant exactement 2 garçons et 1 fille ?
3. Combien y-a-t-il de comités contenant au moins deux garçons ?
4. On veut que Fred et Émile soient ensemble dans le comité. Combien y-a-t-il de comités possibles ?
5. On ne veut pas que Fred et Émile soient ensemble dans le comité. Combien y-a-t-il de comités possibles ?

---

1. Il s'agit de choisir trois joueurs parmi 8. Le nombre de comités possibles est donc de $\binom{8}{3} = 56$
2. Il s'agit de choisir deux garçons parmi 6, puis une fille parmi 2. Le nombre de choix possibles est donc de $\binom{6}{2} \times \binom{2}{1} = 15 \times 2 = 30$
3. On compte le nombre de comités comprenant 3 garçons : il vaut $\binom{6}{3} = 20$ (il faut choisir trois garçons parmi 6).
   On a déjà compté au **2.** le nombre de comités comprenant exactement deux garçons.
   Donc le nombre de comités comprenant au moins deux garçons vaut $\binom{6}{2} \times \binom{2}{1} + \binom{6}{3} = 50$
4. Il ne reste qu'à choisir le dernier membre du comité : il y a donc 6 comités comprenant à la fois Fred et Émile.

5. On compte les comités comprenant Fred, mais pas Émile, et les comités comprenant Émile, mais pas Fred. Dans le premier cas, on trouve ($\binom{6}{2}$ comités (il reste à choisir deux joueurs parmi 6, puisqu'on ne peut plus prendre ni Fred, ni Émile).
   Dans le second cas, on a aussi $\binom{6}{2}$ comités.

   On compte enfin les comités ne comprenant ni Fred, ni Émile. Il y en a $\binom{6}{3}$.

   Finalement, le nombre total de comités ne comprenant pas simultanément Émile et Fred est $\binom{6}{2} + \binom{6}{2} + \binom{6}{3} = 50$.

   Plus simplement, on pouvait aussi soustraire du nombre total de comités (56, cf question 1) le nombre de comités comprenant à la fois Fred et Émile (6, cf question 4), et on retrouve bien 50 comités ne comprenant pas simultanément Fred et Émile.