

Corrigé Minibac n° 4

Dans une ville, il y a quatre boulangeries qui ferment un jour par semaine.

1. Déterminer le nombre de façons d'attribuer un jour de fermeture hebdomadaire à chaque boulangerie.
2. Déterminer le nombre de façons d'attribuer un jour de fermeture hebdomadaire à chaque boulangerie si plusieurs boulangeries ne peuvent fermer le même jour.
3. Déterminer le nombre de façons d'attribuer le même jour de fermeture hebdomadaire à chaque boulangerie.
4. En déduire le nombre de façons d'attribuer un jour de fermeture hebdomadaire à chaque boulangerie si chaque jour, il doit y avoir au moins une boulangerie ouverte.

-
1. Pour chaque boulangerie, il y a 7 choix possibles.

Attribuer un jour de fermeture à chacune revient à créer un quadruplet, ou une "4-listes" de l'ensemble des 7 jours de la semaine. → exemple : (mardi ; mardi ; jeudi ; dimanche)

Il y a donc 7^4 façons d'attribuer un jour de fermeture hebdomadaire à chaque boulangerie.

2. On peut procéder comme suit pour dénombrer le nombre de possibilités. La première boulangerie peut fermer n'importe quel jour de la semaine, ce qui lui laisse 7 choix. La seconde boulangerie peut fermer n'importe quel autre jour : 6 choix. La troisième ne peut pas fermer l'un des jours déjà choisis, ce qui lui laisse 5 choix, et pour la dernière, il ne reste que 4 choix. Le nombre de possibilités est donc $7 \times 6 \times 5 \times 4$.

N.B. on a dénombré ici le nombre d'arrangements à 4 éléments d'un ensemble à 7 éléments. (on crée un quadruplet sans répétition avec les jours de la semaine)

3. Il y a bien sûr 7 façons d'attribuer le même jour de fermeture à chaque boulangerie : soit le lundi, soit le mardi,
4. On va raisonner par différence. (puisque "au moins une boulangerie ouverte" correspond à l'événement contraire de "toutes les boulangeries fermées")

On vient de donner le nombre de possibilités pour que toutes les boulangeries ferment le même jour : il y a 7 choix.

Le nombre de possibilités pour qu'il y ait au moins une boulangerie ouverte chaque jour est donc $7^4 - 7$.