

**Ex 1** Inéquations trigonométriques

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  :    **a/**  $\cos x \geq \frac{1}{\sqrt{2}}$                       **b/**  $\sin x \geq -\frac{1}{2}$

**Ex 2** Quelques formules de trigo...

- (a) Démontrer les formules d'addition en utilisant la formule d'Euler  
 $\rightarrow \cos(a+b) = \dots \quad \sin(a+b) = \dots \quad \cos(a-b) = \dots \quad \sin(a-b) = \dots$
- (b) Application : En remarquant que  $\frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{4} - \dots$ , déterminer les valeurs exactes des lignes trigonométriques de  $\frac{\pi}{12}$
- En déduire les formules de duplication  
 $\rightarrow \cos(2a) = \dots \quad \sin(2a) = \dots$
- (a) Exprimer  $\cos^2 a$  et  $\sin^2 a$  en fonction de  $\cos(2a)$   
 $\rightarrow$  premières formules de linéarisation
- (b) En déduire la valeur exacte de  $\cos \frac{\pi}{8}$

**Ex 3** Utilisation de la formule d'Euler pour linéariser

- Linéariser  $\sin^4 x$
- Soit  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3(x) \cos^3(x) dx$ 
  - Calculer  $I$  en linéarisant  $\sin^3(x) \cos^3(x)$
  - Retrouver la valeur de  $I$  en utilisant  $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$  pour déterminer une primitive de l'intégrande.  
 $\rightarrow$  Intégrande : fonction qui est intégrée

**Ex 4** Equations trigonométriques

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  :

- $\cos(\pi - x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$                       |                      2.  $\cos x = \sin x$                       |                      3.  $\sin x + \sin(2x) = 0$                       |                      4.  $\cos(3x) = \sin(2x)$

**Ex 5** Récurrence, formule d'addition, inégalité triangulaire...

Soit  $x$  un réel.

Montrer que, pour tout entier naturel  $n$ , on a :  $|\sin(nx)| \leq n|\sin x|$

**Ex 6** Inéquation

On veut montrer que pour tout  $x$  appartenant à  $[0; \pi]$ ,  $\sin x \geq x - \frac{x^2}{\pi}$

- Montrer que c'est vrai sur  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$
- Poser  $t = \pi - x$  pour démontrer que cette inégalité est également vérifiée sur  $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$

**Ex 7** Utilisation de la formule de Moivre pour « antilinéariser »

- Exprimer  $\cos(4x)$  et  $\sin(4x)$  en fonction de  $\cos x$  et  $\sin x$ .
- Exprimer  $\cos(5x)$  en fonction de  $\cos x$