Ex 1 : **17 pts**

On considère la fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x + 1 + \dfrac{x}{\mathrm{e}^x}$.

On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

1. Soit g la fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \mathrm{e}^x + 1 - x$.
Dresser le tableau donnant les variations de la fonction g sur $\mathbb{R}$, et en déduire le signe de $g(x)$. **3 pts**

2. Déterminer la limite de f en $-\infty$ puis la limite de f en $+\infty$. **4 pts**

3. On appelle f' la dérivée de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
Démontrer que, pour tout réel x, on a : $f'(x) = \mathrm{e}^{-x} g(x)$. **2,5 pts**

4. En déduire le tableau de variation complet (c'est à dire avec les limites) de la fonction f sur $\mathbb{R}$. **1 pt**

5. **a.** Démontrer que la droite T d'équation $y = 2x + 1$ est tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0. **1 pt**

b. Etudier le signe de $f(x) - (2x + 1)$ sur $\mathbb{R}$. **2,5 pts**

c. En déduire la position relative de la courbe $\mathscr{C}$ et de la droite T. **1 pt**

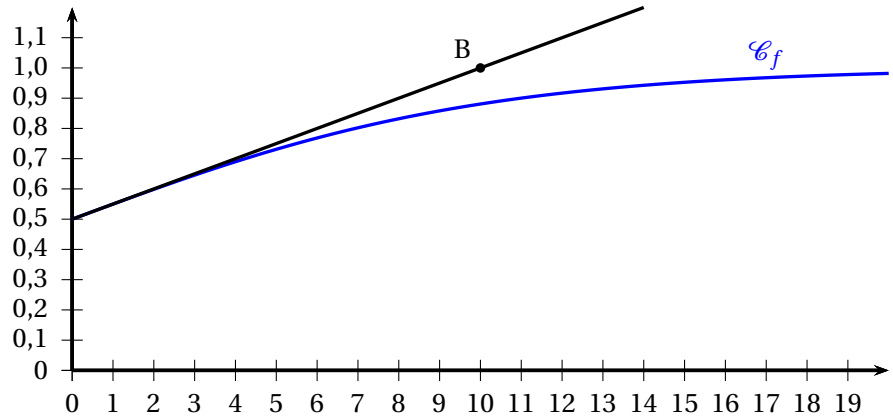
6. Démontrer qu'il existe un point de la courbe $\mathscr{C}$ en lequel la tangente à $\mathscr{C}$ est parallèle à la droite Δ d'équation $y = x$. **2 pts**

Ex 2 : **3 pts**

Soit a et b des nombres réels. On considère une fonction f définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{a}{1 + \mathrm{e}^{-bx}}$.

La courbe $\mathscr{C}_f$ représentant la fonction f dans un repère orthogonal est donnée ci-dessous.

La courbe $\mathscr{C}_f$ passe par le point A(0 ; 0,5). La tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A passe par le point B(10 ; 1).



1. Justifier que $a = 1$. **1 pt**

2. En utilisant les données de l'énoncé, déterminer b. **2 pts**