Corrigé ex 75 p 77

$A(1\,;\,1\,;\,2)$

$B(-1\,;\,3\,;\,4)$

$\vec{u}\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$ $\vec{v}\begin{pmatrix}-2\\0\\1\end{pmatrix}$ $\vec{AB}\begin{pmatrix}-2\\2\\2\end{pmatrix}$

① Démontrer que $\vec{AB}$, $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont coplanaires.

→ Montrons que $\vec{AB}$ peut s'écrire comme une combinaison linéaire des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

Soit α et β deux réels.

$$\alpha\vec{u}+\beta\vec{v}=\vec{AB} \iff \begin{cases}\alpha-2\beta=-2\\ \alpha=2\\ \beta=2\end{cases} \iff \begin{cases}-2=-2\\ \alpha=2\\ \beta=2\end{cases}$$

donc $\vec{AB}=2\vec{u}+2\vec{v}$

ainsi $\vec{AB}$, $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont coplanaires.

② Soit M tel que $\vec{AM}=2\vec{u}+4\vec{v}$

A, B et M sont ils alignés ?

→ $\vec{AB}$ et $\vec{AM}$ sont ils colinéaires ?

$$\vec{AM}\begin{pmatrix}2(1)+4(-2)\\2(1)+4(0)\\2(0)+4(1)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-6\\2\\4\end{pmatrix} \qquad \vec{AB}\begin{pmatrix}-2\\2\\2\end{pmatrix}$$

$$\frac{y_{\vec{AB}}}{y_{\vec{AM}}}=\frac{2}{2}=1 \quad \text{et} \quad \frac{z_{\vec{AB}}}{z_{\vec{AM}}}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}\neq 1$$

donc $\vec{AB}$ et $\vec{AM}$ non colinéaires

Les points A, B et M ne sont pas alignés.