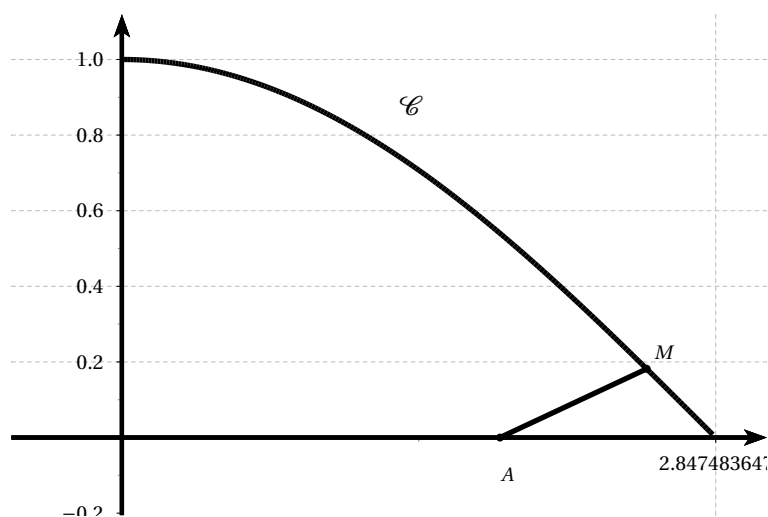


DISTANCE MINIMALE

Soient f la fonction définie sur $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ par $f(x) = \cos x$ et \mathcal{C} sa courbe représentative dans un repère ortho-normé.

On note A le point de coordonnées $(1; 0)$ et, pour $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, on note M le point de \mathcal{C} d'abscisse x . L'objectif du problème est de déterminer la valeur de x pour laquelle la distance AM est minimale.



1. Conjecturer la réponse au problème à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.
2. On note $d(x)$ la distance AM^2 en fonction de x .
 - a. Montrer que $d'(x) = 2x - 2 - \sin(2x)$.
 - Mémo dérivée : $(u^2)' = 2u' u$
 - Mémo trigo : $\sin(2x) = 2 \sin x \cos x$
 - b. En calculant la dérivée de d' , que l'on note d'' , montrer que d' est strictement croissante sur $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.
 - c. En déduire que l'équation $d'(x) = 0$ admet une solution unique α dont on donnera un encadrement à 10^{-2} près.
 - d. Dresser le tableau de signe de $d'(x)$ sur $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.
 - e. En déduire la réponse au problème.