I Extension de la notion de vecteur à l'espace : voir livre p 262

II Caractérisation vectorielle des droites et des plans

1. Caractérisation vectorielle d'une droite

Prop. Soit A et B deux points de l'espace.
Soit M un point de l'espace.

$M \in (AB) \iff \overrightarrow{AM}$ colinéaire à $\overrightarrow{AB} \iff$ il existe un réel t tel que $\overrightarrow{AM} = t\,\overrightarrow{AB}$

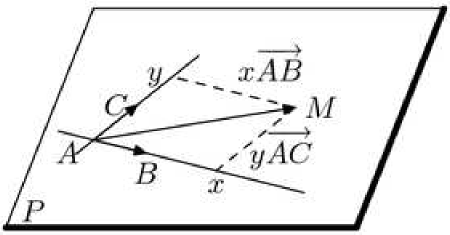
Vocabulaire : $\overrightarrow{AB}$ est **un** vecteur directeur de la droite (AB).

2. Caractérisation vectorielle d'un plan

Prop. Soit A, B et C trois points non alignés de l'espace.
Soit M un point de l'espace.

$M \in (ABC) \iff$ il existe deux réels x et y tels que $\overrightarrow{AM} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$

Vocabulaire : $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont des vecteurs directeurs du plan (ABC).



3. Vecteurs coplanaires

Déf. Soit $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ trois vecteurs de l'espace.
Soit A un point de l'espace.
Considérons les représentants des vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ ayant pour origine le point A.
Autrement dit, soit B, C et D les points tels que $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$ et $\vec{w} = \overrightarrow{AD}$.

$\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont dits coplanaires lorsque les points A, B, C et D sont coplanaires

Prop. Soit $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ trois vecteurs de l'espace tels que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne soient pas colinéaires.

$\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ coplanaires $\iff$ il existe deux réels x et y tels que $\vec{w} = x\vec{u} + y\vec{v}$

III Repère de l'espace

1. Coordonnées d'un vecteur dans une base

Prop. Soit $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ trois vecteurs non coplanaires de l'espace.

Pour tout vecteur $\vec{s}$ il existe un triplet unique de réels x, y et z tels que $\vec{s} = x\vec{u} + y\vec{v} + z\vec{w}$

Vocabulaire : le triplet $(x; y; z)$ représente les coordonnées du vecteur $\vec{s}$ dans la base de vecteurs $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$

2. Coordonnées d'un point dans un repère

Prop. Soit O un point de l'espace.
Soit $\vec{i}$, $\vec{j}$ et $\vec{k}$ trois vecteurs non coplanaires de l'espace.

Pour tout point M de l'espace, il existe un triplet unique de réels x, y et z tels que $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

Vocabulaire : le triplet $(x;y;z)$ représente les coordonnées du point M dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.
x est l'abscisse de M, y son ordonnée et z sa **cote**.

Formulaire (voir livre page 266) : on étend à l'espace les formules vues en seconde

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \\ z_B - z_A \end{pmatrix}$ Coordo. du milieu de $[AB]$: $\begin{pmatrix} \frac{x_B+x_A}{2} \\ \frac{y_B+y_A}{2} \\ \frac{z_B+z_A}{2} \end{pmatrix}$ etc (voir livre page 266)

IV Représentations paramétriques

1. Représentation paramétrique d'une droite

Prop. Soit $\mathscr{D}$ la droite passant par un point $A(x_A;y_A;z_A)$ et de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$.

Soit M un point de l'espace.

$$\boxed{M \in \mathscr{D} \iff \text{il existe un réel } t \text{ tel que } \left\{\begin{array}{lcl} x &=& x_A + at \\ y &=& y_A + bt \\ z &=& z_A + ct \end{array}\right.}$$

Vocabulaire : ce système s'appelle une représentation paramétrique de la droite $\mathscr{D}$

Démo :

....

....

....

2. Représentation paramétrique d'un plan

Prop. Soit $\mathscr{P}$ le plan passant par un point $A(x_A;y_A;z_A)$ et de vecteurs directeurs $\vec{u}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} a' \\ b' \\ c' \end{pmatrix}$

Soit M un point de l'espace.

$$\boxed{M \in \mathscr{P} \iff \text{il existe deux réels } t \text{ et } t' \text{ tels que } \left\{\begin{array}{lcl} x &=& x_A + at + a't' \\ y &=& y_A + bt + b't' \\ z &=& z_A + ct + c't' \end{array}\right.}$$

Vocabulaire : ce système s'appelle une représentation paramétrique du plan $\mathscr{P}$

Démo :

....

....

....