I Extension du produit scalaire à l'espace

1. Définition du produit scalaire dans l'espace

Prop. Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs de l'espace.
On considère trois points A, B et C tels que $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$.

Trois points étant toujours coplanaires, le produit scalaire $\vec{u} \cdot \vec{v}$ des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est le produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ calculé dans le plan ABC.

2. Expressions et propriétés du produit scalaire

Les propriétés du produit scalaire vues dans le plan restent valables dans l'espace.

$\longrightarrow$ Voir la fiche **Mémo produit scalaire**

3. Norme d'un vecteur

Prop. Dans un repère orthonormé, on considère un vecteur $\vec{u}\,(x; y; z)$, et deux points $A(x_A; y_A; z_A)$ et $B(x_B; y_B; z_B)$ deux points de l'espace.

$||\vec{u}\,|| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ $\qquad$ $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$

II Equation cartésienne d'un plan

1. Vecteur normal à un plan

Déf. Soit $\mathscr{P}$ un plan.

Un vecteur $\vec{n}$ est dit normal au plan $\mathscr{P}$, ou encore orthogonal au plan $\mathscr{P}$, lorsque $\vec{n}$ est non nul et orthogonal à deux vecteurs non colinéaires de $\mathscr{P}$.

2. Caractérisation des points d'un plan

Prop. Soit $\mathscr{P}$ un plan de vecteur normal $\vec{n}$ et A un point de $\mathscr{P}$.
Soit M un point de l'espace.

$M \in \mathscr{P} \iff \overrightarrow{AM} \cdot \vec{n} = 0$

3. Equation cartésienne d'un plan

Prop. Soit un repère orthonormé de l'espace.
Soit a, b et c trois réels non simultanément nul, c'est à dire $(a; b; c) \neq (0; 0; 0)$ et soit d un réel.

L'ensemble des points $M(x; y; z)$ tels que $ax + by + cz + d = 0$ est un plan de vecteur normal $\vec{n}\,(a; b; c)$