Soit $f(t) = k \cos t$ sur $I = \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

Question a/

Quelles sont les conditions pour une fonction pour être une densité de probabilité sur un intervalle I ?

Soit $f(t) = k\cos t$ sur $I = \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

Question a/

Quelles sont les conditions pour une fonction pour être une densité de probabilité sur un intervalle I ?

f doit être :

-
-
-

Soit $f(t) = k\cos t$ sur $I = \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

Question a/

Quelles sont les conditions pour une fonction pour être une densité de probabilité sur un intervalle I ?

f doit être :

- positive sur I
-
-

Soit $f(t) = k\cos t$ sur $I = \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

Question a/

Quelles sont les conditions pour une fonction pour être une densité de probabilité sur un intervalle I ?

f doit être :

- positive sur I
- continue sur I
-

Soit $f(t) = k\cos t$ sur $I = \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

Question a/

Quelles sont les conditions pour une fonction pour être une densité de probabilité sur un intervalle I ?

f doit être :

- positive sur I
- continue sur I
- et enfin telle que $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(t)\,\mathrm{d}t = 1$

Soit $f(t) = k\cos t$ sur $I = \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

Question a/

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(t)\,\mathrm{d}t \ =$$

Soit $f(t) = k\cos t$ sur $I = \left[-\dfrac{\pi}{2}; \dfrac{\pi}{2}\right]$.

Question a/

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(t)\,\mathrm{d}t = \left[k\sin t\right]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}$$

Correction ex n°82 page 392

Soit $f(t) = k\cos t$ sur $I = \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

Question a/

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(t)\,\mathrm{d}t = [k\sin t]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= k\sin\left(\tfrac{\pi}{2}\right) - k\sin\left(-\tfrac{\pi}{2}\right)$$

Correction ex n°82 page 392

Soit $f(t) = k\cos t$ sur $I = \left[-\dfrac{\pi}{2}; \dfrac{\pi}{2}\right]$.

Question a/

$$\begin{aligned}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(t)\,\mathrm{d}t &= [k\sin t]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \\ &= k\sin\left(\tfrac{\pi}{2}\right) - k\sin\left(-\tfrac{\pi}{2}\right) \\ &= 2k\end{aligned}$$

Soit $f(t) = k\cos t$ sur $I = \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

Question a/

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(t)\,\mathrm{d}t = 1 \iff 2k = 1 \iff k = \frac{1}{2}$$

Question b/

$$p\left(X > -\frac{\pi}{6}\right) = \ldots$$

Question b/

$$p\left(X > -\frac{\pi}{6}\right) = 1 - p\left(X \leqslant -\frac{\pi}{6}\right)$$

Question b/

$$\begin{aligned} p\left(X > -\frac{\pi}{6}\right) &= 1 - p\left(X \leqslant -\frac{\pi}{6}\right) \\ &= 1 - \int_{-\frac{\pi}{2}}^{-\frac{\pi}{6}} f(t)\,\mathrm{d}t \end{aligned}$$

Question b/

$$\begin{aligned} p\left(X > -\frac{\pi}{6}\right) &= 1 - p\left(X \leqslant -\frac{\pi}{6}\right) \\ &= 1 - \int_{-\frac{\pi}{2}}^{-\frac{\pi}{6}} f(t)\,\mathrm{d}t \\ &= 1 - \left[k\sin t\right]_{-\frac{\pi}{2}}^{-\frac{\pi}{6}} \end{aligned}$$

Question b/

$$
\begin{aligned}
p\left(X > -\frac{\pi}{6}\right) &= 1 - p\left(X \leqslant -\frac{\pi}{6}\right) \\
&= 1 - \int_{-\frac{\pi}{2}}^{-\frac{\pi}{6}} f(t)\,\mathrm{d}t \\
&= 1 - \left[k \sin t\right]_{-\frac{\pi}{2}}^{-\frac{\pi}{6}} \\
&= 1 - \left(k \sin\left(-\tfrac{\pi}{6}\right) - k \sin\left(-\tfrac{\pi}{2}\right)\right)
\end{aligned}
$$

Question b/

$$\begin{aligned}
p\left(X > -\frac{\pi}{6}\right) &= 1 - p\left(X \leqslant -\frac{\pi}{6}\right) \\
&= 1 - \int_{-\frac{\pi}{2}}^{-\frac{\pi}{6}} f(t)\,\mathrm{d}t \\
&= 1 - [k \sin t]_{-\frac{\pi}{2}}^{-\frac{\pi}{6}} \\
&= 1 - \left(k \sin\left(-\tfrac{\pi}{6}\right) - k \sin\left(-\tfrac{\pi}{2}\right)\right) \\
&= 1 - \left(-\frac{1}{2}k + k\right)
\end{aligned}$$

Question b/

$$
\begin{aligned}
p\left(X > -\frac{\pi}{6}\right) &= 1 - p\left(X \leqslant -\frac{\pi}{6}\right) \\
&= 1 - \int_{-\frac{\pi}{2}}^{-\frac{\pi}{6}} f(t)\,\mathrm{d}t \\
&= 1 - \left[k \sin t\right]_{-\frac{\pi}{2}}^{-\frac{\pi}{6}} \\
&= 1 - \left(k \sin\left(-\tfrac{\pi}{6}\right) - k \sin\left(-\tfrac{\pi}{2}\right)\right) \\
&= 1 - \left(-\frac{1}{2}k + k\right) \\
&= 1 - \frac{1}{2}k = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}
\end{aligned}
$$

Question b/

$$p\left(-\frac{\pi}{4} < X < \frac{\pi}{4}\right) \qquad = \dots$$

Question b/

$$p\left(-\frac{\pi}{4} < X < \frac{\pi}{4}\right) \quad = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} f(t)\,\mathrm{d}t$$

Question b/

$$p\left(-\frac{\pi}{4} < X < \frac{\pi}{4}\right) = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} f(t)\,\mathrm{d}t$$

$$= \left[k \sin t\right]_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}$$

Question b/

$$
\begin{aligned}
p\left(-\frac{\pi}{4} < X < \frac{\pi}{4}\right) &= \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} f(t)\,\mathrm{d}t \\
&= \left[k \sin t\right]_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \\
&= k \sin\left(\tfrac{\pi}{4}\right) - k \sin\left(-\tfrac{\pi}{4}\right)
\end{aligned}
$$

Question b/

$$
\begin{aligned}
p\left(-\frac{\pi}{4} < X < \frac{\pi}{4}\right) &= \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} f(t)\,\mathrm{d}t \\
&= [k \sin t]_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \\
&= k \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) - k \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) \\
&= k\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \left(-\frac{\sqrt{2}}{2})\right)\right.
\end{aligned}
$$

Question b/

$$
\begin{aligned}
p\left(-\frac{\pi}{4} < X < \frac{\pi}{4}\right) &= \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} f(t)\,\mathrm{d}t \\
&= \left[k\sin t\right]_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \\
&= k\sin\left(\tfrac{\pi}{4}\right) - k\sin\left(-\tfrac{\pi}{4}\right) \\
&= k\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right) \\
&= k\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}
\end{aligned}
$$

Question c/

$p(-a < X < a) = \dots$

Question c/

$$p(-a < X < a) = \int_{-a}^{a} f(t)\,\mathrm{d}t$$

Question c/

$$p(-a < X < ta) = \int_{-a}^{a} f(t)\,\mathrm{d}t$$

$$= [k \sin t]_{-a}^{a}$$

Question c/

$$p(-a < X < ta) = \int_{-a}^{a} f(t)\,\mathrm{d}t$$

$$= [k \sin t]_{-a}^{a}$$

$$= k \sin a - k \sin(-a)$$

Question c/

$$p(-a < X < ta) = \int_{-a}^{a} f(t)\,\mathrm{d}t$$

$$= [k \sin t]_{-a}^{a}$$

$$= k \sin a - k \sin(-a)$$

$$= 2k \sin a$$

Question c/

$$
\begin{aligned}
p(-a < X < ta) &= \int_{-a}^{a} f(t)\,\mathrm{d}t \\
&= [k \sin t]_{-a}^{a} \\
&= k \sin a - k \sin(-a) \\
&= 2k \sin a \\
&= \sin a
\end{aligned}
$$

Question c/

Donc on cherche a tel que :

$$\sin a = \frac{1}{2}$$

Question c/

Donc on cherche a tel que :

$$\sin a = \frac{1}{2}$$

d'où $a = \frac{\pi}{6}$ sur $I = \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

Question d/

on cherche une primitive F de $t \longmapsto tf(t) = \dfrac{1}{2} t \cos t$

Soit $F(t) = at \sin t + b \cos t$

$F'(t) = ...$

Question d/

on cherche une primitive F de $\quad t \longmapsto tf(t) = \dfrac{1}{2} t \cos t$

Soit $\quad F(t) = at \sin t + b \cos t$

$F'(t) = (...)\,(...) + (...)\,(...) + b\,(...)$

Question d/

on cherche une primitive F de $\quad t \longmapsto tf(t) = \dfrac{1}{2} t \cos t$

Soit $\quad F(t) = at \sin t + b \cos t$

$F'(t) = (a)(\sin t) + (at)(\cos t) + b(-\sin t)$

Question d/

on cherche une primitive F de $t \longmapsto tf(t) = \frac{1}{2} t \cos t$

Soit $F(t) = at \sin t + b \cos t$

$F'(t) = (a)(\sin t) + (at)(\cos t) + b(-\sin t)$

$F'(t) = (a-b)\sin t + at \cos t$

Question d/

on cherche une primitive F de $\quad t \longmapsto tf(t) = \dfrac{1}{2} t \cos t$

Soit $\quad F(t) = at \sin t + b \cos t$

$F'(t) = (a)(\sin t) + (at)(\cos t) + b(-\sin t)$

$F'(t) = (a - b)\sin t + at \cos t$

d'où : $\quad a = \dfrac{1}{2} \quad$ et $\quad a - b = 0$

Question d/

on cherche une primitive F de $t \longmapsto tf(t) = \frac{1}{2} t \cos t$

Soit $F(t) = at \sin t + b \cos t$

$F'(t) = (a)(\sin t) + (at)(\cos t) + b(-\sin t)$

$F'(t) = (a - b) \sin t + at \cos t$

d'où : $F(t) = \frac{1}{2} t \sin t + \frac{1}{2} \cos t$

Question d/

Soit une primitive F de $\quad t \longmapsto tf(t) = \dfrac{1}{2} t \cos t$

$$F(t) = \frac{1}{2} t \sin t + \frac{1}{2} \cos t$$

$$E(X) \ = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} tf(t)\,\mathrm{d}t$$

Question d/

Soit une primitive F de $\quad t \longmapsto tf(t) = \dfrac{1}{2} t \cos t$

$$F(t) = \frac{1}{2} t \sin t + \frac{1}{2} \cos t$$

$$\begin{aligned} E(X) &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} tf(t)\,\mathrm{d}t \\ &= \left[F(t)\right]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \end{aligned}$$

Question d/

Soit une primitive F de $\quad t \longmapsto tf(t) = \dfrac{1}{2} t\cos t$

$$F(t) = \frac{1}{2} t\sin t + \frac{1}{2}\cos t$$

$$\begin{aligned} E(X) &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} tf(t)\,\mathrm{d}t \\ &= [F(t)]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \\ &= F\left(\frac{\pi}{2}\right) - F\left(-\frac{\pi}{2}\right) \end{aligned}$$

Question d/

$$F(t) = \frac{1}{2} t \sin t + \frac{1}{2} \cos t$$

$$F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \ldots$$

Question d/

$$F(t) = \frac{1}{2} t \sin t + \frac{1}{2} \cos t$$

$$F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{4}$$

Question d/

$$F(t) = \frac{1}{2} t \sin t + \frac{1}{2} \cos t$$

$$F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{4}$$

$$F\left(-\frac{\pi}{2}\right) = \ldots$$

Question d/

$$F(t) = \frac{1}{2} t \sin t + \frac{1}{2} \cos t$$

$$F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{4}$$

$$F\left(-\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{4}$$

Question d/
Conclusion : $E(X) = ...$

Question d/

Conclusion : $E(X) = 0$