### EXERCICE 1 - POLYNÉSIE 2001

Soit $f$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (2+\cos x)e^{1-x}$

1. Montrer que, pour tout $x$ de $\mathbb{R}$ : $f(x) > 0$.
2. **a.** Montrer que, pour tout $x$ de $\mathbb{R}$ : $\sqrt{2}\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos x + \sin x$.
   **b.** En déduire que, pour tout $x$ de $\mathbb{R}$ : $2 + \cos x + \sin x > 0$.
   **c.** Montrer que $f$ est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.
3. **a.** Montrer que, pour tout $x$ de $\mathbb{R}$ : $e^{1-x} \leqslant f(x) \leqslant 3e^{1-x}$. $\longrightarrow$ déjà démontré jeudi
   **b.** En déduire les limites de $f$ en $+\infty$ et en $-\infty$.
   **c.** Interpréter géométriquement le résultat obtenu lors du calcul de la limite de $f$ en $+\infty$.
4. **a.** Montrer que, sur l'intervalle $[0 ; \pi]$, l'équation $f(x) = 3$ admet une solution unique $\alpha$. $\longrightarrow$ inutile
   **b.** Donner un encadrement de $\alpha$ d'amplitude $10^{-2}$. $\longrightarrow$ inutile

**Partie B**

Soit $h$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x) = -1 - \dfrac{\sin x}{2+\cos x}$

Déterminer la primitive $H$ de la fonction $h$, qui prend en 0 la valeur $(1+\ln 3)$.

### EXERCICE 2 - FONCTION TANGENTE

On définit la fonction tangente par $\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$.

1. Préciser l'ensemble de définition $D$ de cette fonction.
2. Montrer que cette fonction est impaire. Que peut-on en déduire pour sa courbe représentative ?
3. Montrer que pour tout réel de $D$, on a : $\tan'(x) = \dfrac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$
4. Etudier la limite de la fonction tangente à gauche de $\frac{\pi}{2}$, c'est à dire lorsque $x$ tend vers $\frac{\pi}{2}$ avec $x < \frac{\pi}{2}$. En déduire par symétrie la limite de la fonction tangente à droite de $-\frac{\pi}{2}$.
5. Dresser le tableau de variation de la fonction tangente sur $\left]-\frac{\pi}{2} ; \frac{\pi}{2}\right[$.

### EXERCICE 3 - PETIT PROBLÈME DE MINIMUM

On considère la fonction $f$ définie sur $I = [0; +\infty[$ par : $f(x) = x^2 - 2\sin x$

1. Montrer que la dérivée de $f$ s'annule une et une seule fois sur $I$.
2. Justifier que $f$ admet un minimum $m$ sur $I$ qui vérifie : $m = \alpha^2 - 2\sqrt{1-\alpha^2}$ (où $\alpha$ est la solution de $f'(x) = 0$ sur $I$.