

EXERCICE 1 - POLYNÉSIE 2001

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = (2 + \cos x)e^{1-x}$

1. Montrer que, pour tout x de \mathbb{R} : $f(x) > 0$.
2.
 - a. Montrer que, pour tout x de \mathbb{R} : $\sqrt{2}\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos x + \sin x$.
 - b. En déduire que, pour tout x de \mathbb{R} : $2 + \cos x + \sin x > 0$. → inutile de traiter cette question
 - c. Montrer que f est strictement décroissante sur \mathbb{R} .
3.
 - a. Montrer que, pour tout x de \mathbb{R} : $e^{1-x} \leq f(x) \leq 3e^{1-x}$. → déjà démontré jeudi
 - b. En déduire les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$.
 - c. Interpréter géométriquement le résultat obtenu lors du calcul de la limite de f en $+\infty$.
4.
 - a. Montrer que, sur l'intervalle $[0; \pi]$, l'équation $f(x) = 3$ admet une solution unique α .
 - b. Donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-2} .

Partie B → à faire en complément éventuel après l'exercice 2

Soit h la fonction définie sur \mathbb{R} par : $h(x) = -1 - \frac{\sin x}{2 + \cos x}$

Déterminer la primitive H de la fonction h , qui prend en 0 la valeur $(1 + \ln 3)$.

EXERCICE 2 - FONCTION TANGENTE

On définit la fonction tangente par $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$.

1. Préciser l'ensemble de définition D de cette fonction.
2. Montrer que cette fonction est impaire. Que peut-on en déduire pour sa courbe représentative ?
3. Montrer que pour tout réel de D , on a : $\tan'(x) = \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$
4. Dresser le tableau de variation de la fonction tangente sur $\left] -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right[$.