Barème sur 20 points

EXERCICE 1 — 4,5 pts

Soit la fonction f définie sur $D =]0;2[\cup]2;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{x^3-1}{x^2-2x}$.

On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère.

1. Déterminer les limites de f aux bornes de D.
2. Que peut-on en déduire pour la courbe $\mathscr{C}$?
3. **a.** Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-(x+2))$
   b. Que peut-on en déduire pour la courbe $\mathscr{C}$?
   c. Etudier la position relative de $\mathscr{C}$ et Δ d'équation $y = x+2$.

EXERCICE 2 — 3 pts

Dans cet exercice, les questions sont indépendantes.
Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier vos réponses.

Proposition n° 1

- Si une fonction f est telle que, pour tout réel x, $f(x) \leqslant xe^{-x}$, alors $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$

Proposition n° 2

- Si une fonction f est strictement décroissante sur $[2026;+\infty[$, alors $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$

Proposition n° 3

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2e^{-\frac{1}{2}x}$, et $\mathscr{C}_f$ sa courbe dans un repère.

- Pour tout réel a, la tangente T_a à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A d'abscisse a coupe l'axe des abscisses au point d'abscisse $a+2$.

EXERCICE 3 — 2,5 pts

Soit la fonction f définie et dérivable sur $D = [0;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{1}{e^x+e^{-x}}$.

1. Montrer que, pour tout réel x positif, on a : $e^{-x} \leqslant e^x$
2. Déterminer la limite de f en $+\infty$.
3. Etudier les variations de f sur D.

Tournez svp !

EXERCICE 4 **4 pts**

Déterminer les limites en "a" de chacune des fonctions suivantes :

1. $\Psi(x) = \dfrac{x\mathrm{e}^x + x - 1}{\mathrm{e}^{3x} - 3}$ en a$= -\infty$.

2. $\Delta(x) = \sqrt{\dfrac{1-2x}{2-x}}$ en a$= 2^+$.

3. $\Phi(x) = \dfrac{3x}{\cos x + 3}$ en a$= -\infty$.

4. $\Gamma(x) = \dfrac{3x - \sqrt{x}}{x\sqrt{x} + 1}$ en a$= +\infty$.

EXERCICE 5 **4 pts**

Dans un repère de l'espace, on considère les points :

$A(1;2;3)$, $B(7;-2;5)$, $C(4;3;1)$, $D(-3;-1;3)$, et $E(-6;2;1)$.

1. Justifier que les points A, B et C définissent un plan.

2. Démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{DE}$ sont coplanaires.

3. Le point E appartient-il au plan (ABC) ? Justifier votre réponse.

4. La droite (DE) et le plan (ABC) sont-ils sécants ? Justifier votre réponse.

EXERCICE 6 **2 pts**

On considère un cube $ABCDEFGH$.
Les points R et S sont définis par : $\overrightarrow{ER} = \dfrac{1}{4}\overrightarrow{EH}$ et $\overrightarrow{DS} = \dfrac{3}{4}\overrightarrow{DC}$

Exprimer le vecteur $\overrightarrow{RS}$ en fonction de $\overrightarrow{EC}$ et $\overrightarrow{HD}$

