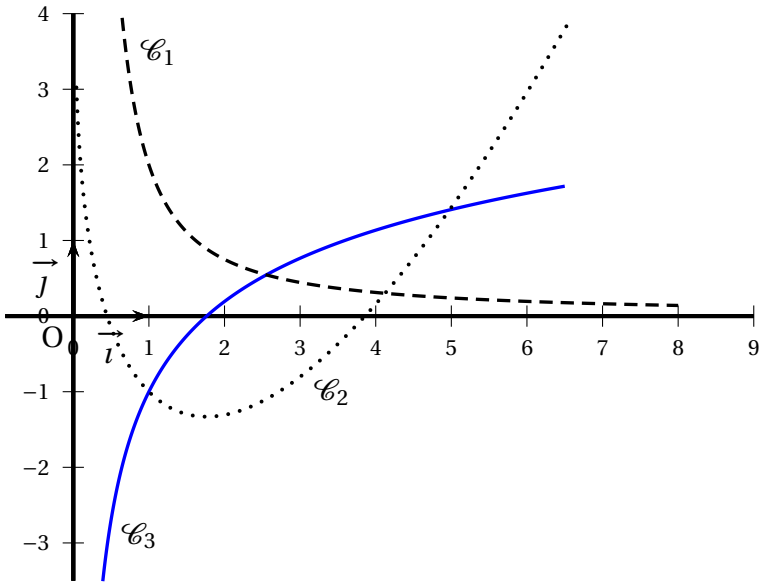
EXERCICE 1 **2,5 points**

On a représenté ci-dessous, dans un repère orthogonal, la courbe d'une fonction f définie et deux fois dérivable sur $]0;+\infty[$, ainsi que celle de sa dérivée f' et de sa dérivée seconde f''.



Déterminer, en justifiant, quelle courbe correspond à celle de f, à celle de f', et à celle de f''.

EXERCICE 2 **4,5 pts**

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \mathrm{e}^{-2x+1} + 2x - 2$

On admet que la fonction f est deux fois dérivables sur R.
On appelle $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère.
Dans cet exercice, l'objectif est de déterminer le signe de cette fonction **de deux façons différentes**.

1. **a.** Démontrer que f est convexe sur $\mathbb{R}$.
   b. Déterminer une équation de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse $\frac{1}{2}$.
   c. En déduire le signe de $f(x)$ sur $\mathbb{R}$.
2. **a.** Montrer que f admet un minimum sur $\mathbb{R}$, atteint en $x = \frac{1}{2}$.
   b. En déduire le signe de $f(x)$ sur $\mathbb{R}$.

EXERCICE 3 **7 points**

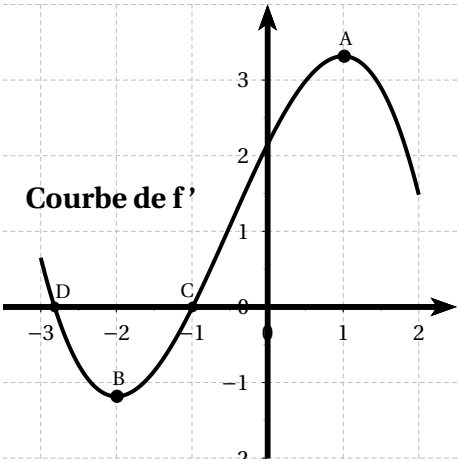
*Les questions **1.** et **2.** sont indépendantes.*

1. Soit une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$
   On donne l'expression de la dérivée $f'(x) = (2x-1)^3\mathrm{e}^{-x^2}$.
   a. Vérifier que, pour tout réel x, on a : $f''(x) = 2(2x-1)^2(-2x^2+x+3)\mathrm{e}^{-x^2}$.
   b. Etudier la convexité de f sur $\mathbb{R}$ et préciser les abscisses des points d'inflexion de la courbe de f.

Tournez svp !

2. Soit f une fonction définie et dérivable sur l'intervalle $[-3;2]$.

On donne ci-dessous **la courbe de sa dérivée** f'.
Cette courbe admet deux tangentes horizontales aux point A et B d'abscisses respectives 1 et -2.
Elle coupe l'axe des abscisses aux points C et D d'abscisses respectives -1 et $-2,8$.
.



Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer, par lecture graphique, si elle est vraie ou fausse, en justifiant votre réponse.

a. La fonction f est décroissante sur $[1;2]$.

b. La fonction f est concave sur $[-2;-1]$.

c. La courbe de f admet deux points d'inflexion.

EXERCICE 4 **6 pts**

On considère la fonction f définie sur $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ par $f(x) = \dfrac{e^{2x}}{1-x}$
On admet que la fonction f est deux fois dérivables sur D.
On appelle $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère.

1. Dresser, en justifiant, le tableau de variations de la fonction f sur son ensemble de définition D.

2. On admet que pour tout réel x de l'intervalle $I=]-\infty\,;\,1[$, on a

$$f''(x) = \frac{\left(4x^2-12x+10\right)e^{2x}}{(1-x)^3}.$$

a. Étudier la convexité de la fonction f sur cet intervalle $I=]-\infty\,;\,1[$.

b. Déterminer l'équation réduite de la tangente T_0 à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0.

c. En déduire que, pour tout réel x de l'intervalle $]-\infty\,;\,1[$, on a :

$$e^{2x} \geqslant -3x^2+2x+1$$