
EXERCICE 1

Soit la suite (U_n) définie par $U_0 = \frac{1}{2}$ et, pour tout entier naturel n ,

$$U_{n+1} = \frac{2U_n}{1 + U_n}.$$

Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n ,

$$U_n = \frac{2^n}{1 + 2^n}.$$

EXERCICE 2

Soit une suite (v_n) telle que, pour tout entier naturel n ,

$$v_{n+1} = -\frac{1}{2}v_n^2 + 3$$

On considère la proposition $P(n)$:

$v_n \leq -4$

Montrer que $P(n)$ est héréditaire.
