

## Barème sur 30 points

**EXERCICE 1****5 pts**

Soit la fonction  $f$  définie sur  $D = ]3; +\infty[$  par  $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 8}{3 - x}$ .  
Soit  $\mathcal{C}$  sa courbe représentative dans un repère.

1. **a.** Etudier les limites de  $f$  aux bornes de son ensemble de définition.  
**b.** Peut-on en déduire la présence d'asymptote à la courbe  $\mathcal{C}$ ?
2. Justifier que  $f$  admet un maximum sur  $D$ , et préciser la valeur de  $x$  en lequel il est atteint.

**EXERCICE 2****4,5 pts**

Dans cet exercice, les questions sont indépendantes.

Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses? Justifier vos réponses.

**Proposition n° 1**

Si une fonction  $f$  est telle que, pour tout réel  $x$ ,  $e^{-2x} < f(x) < e^{1-2x}$ , alors  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$

**Proposition n° 2**

Si une fonction  $f$  est strictement croissante sur  $[1; +\infty[$ , alors  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

**Proposition n° 3**

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = (x^2 + 2)e^{-x}$  et soit  $\mathcal{C}$  sa courbe représentative dans un repère du plan.

On peut affirmer que  $\mathcal{C}$  admet un point d'inflexion d'abscisse  $x = 2$ .

**EXERCICE 3****4,5 pts**

Déterminer les limites en "a" de chacune des fonctions suivantes :

$$1. \Gamma(x) = \frac{7x}{5 - \cos x} \quad \text{en } a = -\infty$$

$$2. \Psi(x) = \sqrt{\frac{x^3 + x - 1}{3x - x^2}} \quad \text{en } a = 0^-$$

$$3. \Phi(x) = \frac{3x - \sqrt{x}}{x\sqrt{x} + 1} \quad \text{en } a = +\infty.$$

Tournez svp!

**Partie A :**

Soit la fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $g(x) = (2-x)e^x - 2$ .

1. **a.** Calculer  $g(0)$ .
- b.** Dresser le tableau de variations de  $g$  en y indiquant l'image de 0.
2. Justifier qu'il existe un unique réel non nul  $\alpha$  solution de  $g(x) = 0$ .
3. En déduire le signe de  $g(x)$  sur  $\mathbb{R}$ .
4. Donner une valeur approchée de  $\alpha$  à  $10^{-2}$  près.

**Partie B :**

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}^*$  par :  $f(x) = \frac{x^2}{e^x - 1}$

On note  $\mathcal{C}_f$  la courbe représentative de  $f$  dans un repère orthonormal  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

1. **a.** Déterminer la limite de  $f$  en  $-\infty$ .
- b.** Déterminer la limite de  $f$  en  $+\infty$  et interpréter graphiquement le résultat.
2. **a.** Montrer que pour tout  $x \neq 0$ ,  $f'(x) = \frac{x}{(e^x - 1)^2} g(x)$ .
- b.** En déduire le tableau de variation de  $f$ .

**EXERCICE 5****6 points**

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. Chaque réponse doit être justifiée. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on considère les points suivants :

$$A(2; 0; 0), \quad B(0; 4; 3), \quad C(4; 4; 1), \quad D(0; 0; 4) \quad \text{et} \quad H(-1; 1; 2)$$

**Affirmation 1 :** les points A, C et D définissent un plan  $\mathcal{P}$ .

**Affirmation 2 :** les points A, B, C et D sont coplanaires.

**Affirmation 3 :** les droites (AC) et (BH) sont sécantes.