EXERCICE 1 **3,5 pts**

On considère les deux fonctions suivantes, toutes deux définies et dérivables sur $\mathbb{R}$.

$$f(x) = \frac{-2}{(x^2+1)^{2024}} \qquad g(x) = \sqrt{x^2+2x+3}$$

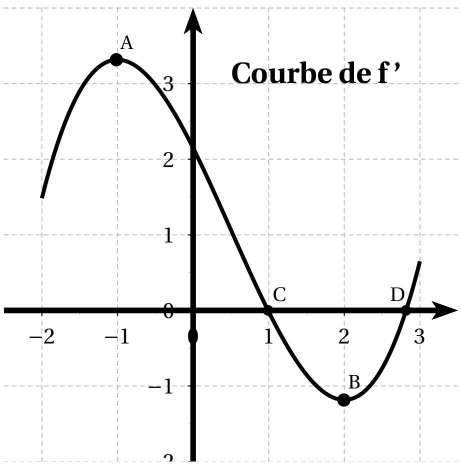
1. Déterminer l'expression de la dérivée de f.
2. Montrer que g admet un minimum sur $\mathbb{R}$.

EXERCICE 2 **7 points**

Les deux questions suivantes sont indépendantes.

1. Soit une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$
   On donne l'expression de la dérivée $f'(x) = (2x+1)^3 e^{-x^2}$.
   a. Vérifier que, pour tout réel x, on a : $f''(x) = -2(2x+1)^2(2x^2+x-3)e^{-x^2}$.
   b. Etudier la convexité de f sur $\mathbb{R}$ et préciser les abscisses des points d'inflexion de la courbe de f.

2. Soit f une fonction définie et dérivable sur l'intervalle I= $[-2;3]$.
   On donne ci-dessous **la courbe de sa dérivée** f'.
   Cette courbe admet deux tangentes horizontales aux point A et B d'abscisses respectives -1 et 2.
   Elle coupe l'axe des abscisses aux points C et D d'abscisses respectives 1 et 2,8.
   .



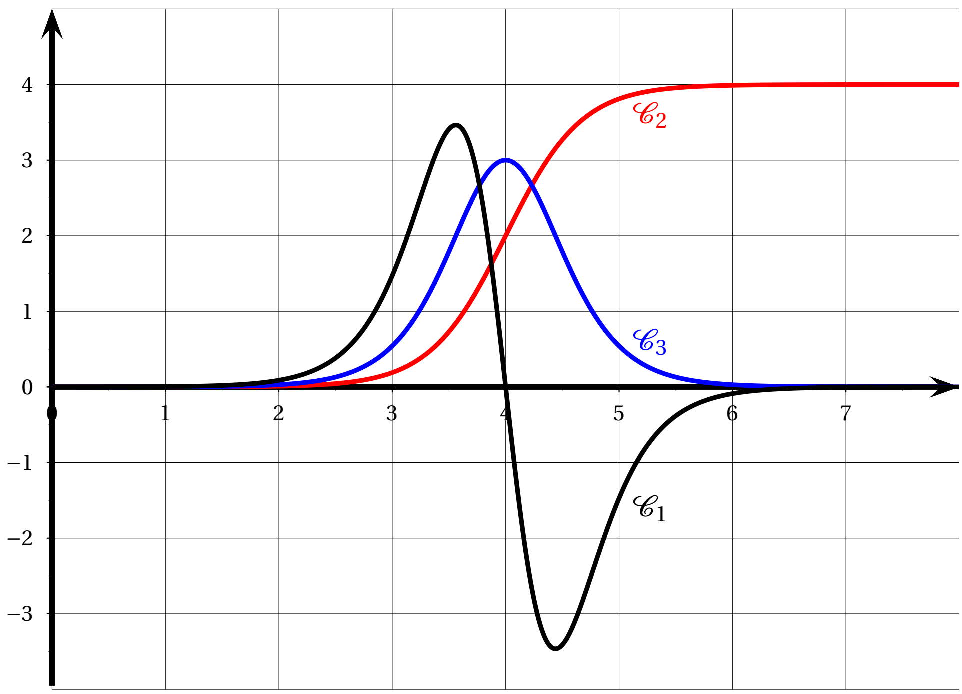
Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer, par lecture graphique, si elle est vraie ou fausse, en justifiant votre réponse.

a. La fonction f est décroissante sur $[-1;1]$.
b. La fonction f est concave sur $[1;2]$.
c. La courbe de f admet deux points d'inflexion.

Tournez svp!

EXERCICE 3 **3 points**

On a représenté ci-dessous, dans un repère orthogonal, la courbe d'une fonction f définie et deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$, ainsi que celle de sa dérivée f' et de sa dérivée seconde f''.



Déterminer, en justifiant votre choix, quelle courbe correspond à quelle fonction.

EXERCICE 4 **6,5 pts**

On considère la fonction f définie sur $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ par

$$f(x) = \frac{\mathrm{e}^x}{x-1}.$$

On admet que la fonction f est dérivable sur D.
On appelle $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère.

1. Dresser, en justifiant, le tableau de variations de la fonction f sur son ensemble de définition D.
2. Déterminer l'équation réduite de la tangente T_0 à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0.
3. On admet que pour tout réel x de l'intervalle $\mathrm{I} =]-\infty\,;\,1[$, on a

$$f''(x) = \frac{\left(x^2-4x+5\right)\mathrm{e}^x}{(x-1)^3}.$$

   a. Étudier la convexité de la fonction f sur cet intervalle $\mathrm{I} =]-\infty\,;\,1[$.

   b. En déduire que, pour tout réel x de l'intervalle $]-\infty\,;\,1[$, on a :

$$\mathrm{e}^x \geqslant (-2x-1)(x-1).$$