⟶ aide en ligne sur www.mathamia.fr

EXERCICE 1 Etude d'une fonction rationnelle

Soit la fonction rationnelle f définie sur $D=\mathbb{R}_{\setminus\{-2\}}$ par $f(x)=ax+b-\dfrac{9}{x+2}$ où a et b sont des réels.

On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormal $(O;\vec{u},\vec{v})$.

1. Déterminer a et b tels que la courbe $\mathscr{C}$ admette une tangente horizontale au point de coordonnées $(1;-4)$.
2. Etudier la position relative de la courbe $\mathscr{C}$ par rapport à la deuxième bissectrice du repère, c'est à dire la droite Δ d'équation $y=-x$
3. Déterminer la dérivée de f, puis dresser le tableau de variation de f sur son ensemble de définition D.
4. Déterminer une équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0.
5. Déterminer les abscisses des points de $\mathscr{C}$ où la tangente est parallèle à la droite $\mathscr{D}$ d'équation $y=2x$.

EXERCICE 2 Un peu d'imagination !

Donner dans chaque cas, un exemple de suite (u_n) vérifiant les conditions données :

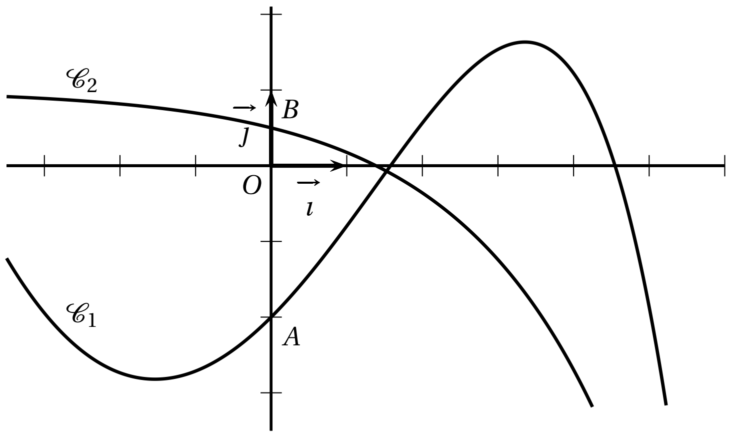
1. (u_n) est majorée et non minorée.
2. (u_n) n'est ni majorée ni minorée.
3. (u_n) est une suite géométrique non monotone.
4. (u_n) est une suite géométrique croissante de raison q avec $q\in]0;1[$

EXERCICE 3 Des courbes et des lettres...

Soit f une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ dont le tableau de variations est donné ci-dessous où a et b désignent deux réels.

x	$-\infty$	a	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$ ↗	b	↘ $-\infty$

1. Dresser le tableau de signe de $f'(x)$ selon les valeurs de x.
2. Dans le plan muni d'un repère orthonormé $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, on a tracé deux courbes $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$.
   L'une de ces courbes est la courbe représentative de la fonction dérivée f' de f, et l'autre représente une <u>*primitive*</u> F de la fonction f.
   → une <u>*primitive*</u> de f est une fonction F dont la dérivée sur $\mathbb{R}$ est f.



   (a) Indiquer laquelle de ces deux courbes est la courbe représentative de la fonction f'. Justifier la réponse.
   (b) En déduire un encadrement du réel a par deux entiers consécutifs.
   (c) ** Prouver que $b>0$.