

**Partie A :**

Soit la fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $g(x) = e^x + x + 1$ .

1. Etudier les limites de  $g$  en  $+\infty$  et  $-\infty$ , ainsi que les variations de  $g$ . 2,5 pts
2. Démontrer que l'équation  $g(x) = 0$  admet sur  $\mathbb{R}$  une solution unique  $\alpha$ . 2,5 pts
3. En déduire le tableau de signe de  $g(x)$  sur  $\mathbb{R}$ . 1,5 pts
4. Donner une valeur approchée de  $\alpha$  à  $10^{-2}$  près. 1,5 pts

**Partie B :**

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = \frac{xe^x}{e^x + 1}$ .

On note  $\mathcal{C}$  la courbe représentative de  $f$  dans un repère orthonormal  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

1. Déterminer la limite de  $f$  en  $-\infty$  et interpréter graphiquement le résultat. 1,5 pts
2. Déterminer la limite de  $f$  en  $+\infty$ . 2 pts
3. Montrer que  $f'(x)$  est du même signe que  $g(x)$  sur  $\mathbb{R}$ . 2 pts
4. Dresser le tableau de variation de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ . 1 pts
5. Déterminer une équation de T, tangente à  $\mathcal{C}$  au point d'abscisse 0 et étudier la position relative de  $\mathcal{C}$  et T. 2,5 pts
6. Montrer que  $f(\alpha) = \alpha + 1$ . 1,5 pts
7. \*\* Montrer que la droite  $\Delta$  d'équation  $y = x$  est asymptote à  $\mathcal{C}$  en  $+\infty$ . 1,5 pts

**Partie A :**

Soit la fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $g(x) = e^x + x + 1$ .

1. Etudier les limites de  $g$  en  $+\infty$  et  $-\infty$ , ainsi que les variations de  $g$ . 2,5 pts
2. Démontrer que l'équation  $g(x) = 0$  admet sur  $\mathbb{R}$  une solution unique  $\alpha$ . 2,5 pts
3. En déduire le tableau de signe de  $g(x)$  sur  $\mathbb{R}$ . 1,5 pts
4. Donner une valeur approchée de  $\alpha$  à  $10^{-2}$  près. 1,5 pts

**Partie B :**

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = \frac{xe^x}{e^x + 1}$ .

On note  $\mathcal{C}$  la courbe représentative de  $f$  dans un repère orthonormal  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

1. Déterminer la limite de  $f$  en  $-\infty$  et interpréter graphiquement le résultat. 1,5 pts
2. Déterminer la limite de  $f$  en  $+\infty$ . 2 pts
3. Montrer que  $f'(x)$  est du même signe que  $g(x)$  sur  $\mathbb{R}$ . 2 pts
4. Dresser le tableau de variation de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ . 1 pts
5. Déterminer une équation de T, tangente à  $\mathcal{C}$  au point d'abscisse 0 et étudier la position relative de  $\mathcal{C}$  et T. 2,5 pts
6. Montrer que  $f(\alpha) = \alpha + 1$ . 1,5 pts
7. \*\* Montrer que la droite  $\Delta$  d'équation  $y = x$  est asymptote à  $\mathcal{C}$  en  $+\infty$ . 1,5 pts