⟶ mini aide en ligne sur www.mathamia.fr

EXERCICE 1 Newton au centre du gateau !

Soit la suite (T_n) définie par : $T_0 = 180$ et, pour tout entier naturel n, $T_{n+1} = 0,955T_n + 0,9$.

1. **a.** Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n, $T_n \geqslant 20$.
   b. Vérifier que pour tout entier naturel n, $T_{n+1} - T_n = -0,045(T_n - 20)$.
   En déduire le sens de variation de la suite (T_n).
2. Pour tout entier naturel n, on pose : $u_n = T_n - 20$.
   a. Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison.
   b. En déduire l'expression de T_n en fonction de n, pour tout entier naturel n.
   c. Calculer la limite de la suite (T_n).
   d. A l'aide de la calculatrice, déterminer le rang n à partir duquel on a : $T_n \leqslant 120$.
3. Dans cette partie, on s'intéresse à l'évolution de la température au centre d'un gâteau après sa sortie du four.
   On considère qu'à la sortie du four, la température au centre du gâteau est de 180° C et celle de l'air ambiant de 20° C.
   La loi de refroidissement de Newton permet de modéliser la température au centre du gâteau par la suite (T_n). T_n représente la température au centre du gâteau, exprimée en degré Celsius, n minutes après sa sortie du four.
   a. Expliquer pourquoi la limite de la suite (T_n) déterminée à la question 2. c. était prévisible dans le contexte de l'exercice.
   b. On considère la fonction Python ci-dessous :

```
def temp(x) :
    T = 180
    n = ..................
    while T.............
        T=.................
        n=.................
    return .............
```

   Compléter ce programme pour que cette fonction renvoie le temps nécessaire, en minutes, à partir de sa sortie du four, pour que la température du gâteau devienne inférieure ou égale à x° C.
   Donner le résultat obtenu en exécutant la commande temp(120).

EXERCICE 2 n° 131 p 81

EXERCICE 3 n° 132 p 81

EXERCICE 4 Vrai ou Faux ? Justifier chaque réponse

1. **Affirmation 1** : Pour tout réel x : $1 - \dfrac{1-\mathrm{e}^x}{1+\mathrm{e}^x} = \dfrac{2}{1+\mathrm{e}^{-x}}$.
2. On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \dfrac{\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^x + 1}$.
   Affirmation 2 : L'équation $g(x) = \dfrac{1}{2}$ admet une unique solution dans $\mathbb{R}$.
3. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2\mathrm{e}^{-x}$ et on note $\mathscr{C}$ sa courbe dans un repère orthonormé.
   Affirmation 3 : L'axe des abscisses est tangent à la courbe $\mathscr{C}$ en un seul point.
4. On considère la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = \mathrm{e}^x\left(1 - x^2\right)$.
   Affirmation 4 : Dans le plan muni d'un repère orthonormé, la courbe représentative de la fonction h n'admet pas de point d'inflexion.
5. **Affirmation 5 :** Pour tout réel x, $1 + \mathrm{e}^{2x} \geqslant 2\mathrm{e}^x$.