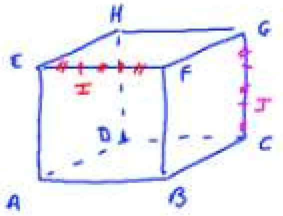
1)



2) $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IF} + \overrightarrow{FG} + \overrightarrow{GJ}$

$= \frac{2}{3}\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FG} + \frac{2}{3}\overrightarrow{GC}$

$= \frac{2}{3}\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FG} + \frac{2}{3}(\overrightarrow{GE} + \overrightarrow{EC})$

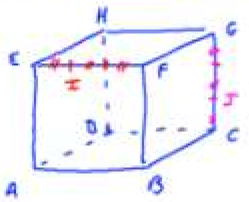
$= \frac{2}{3}(\overrightarrow{GE} + \overrightarrow{EF}) + \overrightarrow{FG} + \frac{2}{3}\overrightarrow{EC}$

$= \frac{2}{3}\overrightarrow{GF} + \overrightarrow{FG} + \frac{2}{3}\overrightarrow{EC}$

$= \frac{2}{3}\overrightarrow{EC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{FG}$

Bilan : $\overrightarrow{IJ}$ peut s'exprimer comme une combinaison linéaire de $\overrightarrow{EC}$ et $\overrightarrow{FG}$ donc ces 3 vecteurs sont coplanaires.

3) a) Soit la base $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$



$\overrightarrow{FG}\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{IJ}\begin{pmatrix}\frac{2}{3}\\1\\-\frac{2}{3}\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{EC}\begin{pmatrix}1\\1\\-1\end{pmatrix}$

b) Montrons qu'il existe 2 réels α et β tels que $\overrightarrow{IJ} = \alpha\overrightarrow{FG} + \beta\overrightarrow{EC}$

$\alpha\overrightarrow{FG} + \beta\overrightarrow{EC} = \overrightarrow{IJ} \iff \begin{cases} 0\alpha + 1\beta = \frac{2}{3} \\ 1\alpha + 1\beta = 1 \\ 0\alpha - 1\beta = -\frac{2}{3} \end{cases} \iff \begin{cases} \beta = \frac{2}{3} \\ \alpha + \beta = 1 \\ \beta = \frac{2}{3} \end{cases} \iff \begin{cases} \alpha = \frac{1}{3} \\ \beta = \frac{2}{3} \end{cases}$

Bilan les 3 vecteurs sont coplanaires car $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{FG} + \frac{2}{3}\overrightarrow{EC}$