NOM :	Interro n° 1	15 sept 2024

EXERCICE 1

Soit la suite (U_n) définie par $U_0 = \dfrac{1}{2}$ et, pour tout entier naturel n,

$$U_{n+1} = \frac{2U_n}{1+U_n}.$$

Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n,

$$U_n = \frac{2^n}{1+2^n}.$$

EXERCICE 2

Soit une suite (v_n) telle que, pour tout entier naturel n,

$$v_{n+1} = -\frac{1}{2}v_n^2 + 4$$

On considère la proposition $P(n)$: $\boxed{v_n \leqslant -4}$

Montrer que $P(n)$ est héréditaire.