# Probabilités

**Indépendance de deux événements**

**Déf.** On rappelle que deux évènements $A$ et $B$ sont indépendants pour la probabilité $p$ si et seulement si : $p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$.

**N.B.** Cela revient à dire, si $p(A) \neq 0$, que $p_A(B) = p(B)$.

**Exercice**

Dans une population donnée, un même individu peut être atteint de surdité unilatérale (portant sur une seule oreille) ou bilatérale.
On admet que, dans une population donnée, les deux événements :

D : « être atteint de surdité à l'oreille droite »
G : « être atteint de surdité à l'oreille gauche »

sont indépendants et tous deux de probabilité $0,05$, ce que l'on note : $p(D) = p(G) = 0,05$.

On considère les événements suivants :

B : « être atteint de surdité bilatérale »
U : « être atteint de surdité unilatérale »
S : « être atteint de surdité (sur une oreille au moins) »

*N.B. On donnera les valeurs numériques des probabilités sous forme décimale approchée à* $10^{-4}$ *près*

1. **a.** Exprimer les événements B et S à l'aide de G et de D.
   **b.** Calculer la probabilité $p(B)$ de B.
   **c.** En déduire que $p(S) = 0,0975$.
   **d.** Calculer la probabilité $p(U)$ de U.
2. Sachant qu'un sujet pris au hasard dans la population considérée est atteint de surdité, quelle est la probabilité :
   **a.** qu'il soit atteint de surdité à l'oreille droite ?
   **b.** qu'il soit atteint de surdité bilatérale ?
3. On contrôle un échantillon de 10 personnes choisies au hasard dans cette population, qui est suffisamment grande pour que l'on assimile ce prélèvement à un tirage avec remise.
   On appelle $X$ la variable aléatoire égale au nombre de personnes atteintes de surdité dans cet échantillon.
   **a.** Préciser, en justifiant, la loi de probabilité de $X$.
   **b.** Donner la valeur exacte de $p(X = 2)$, puis une valeur approchée à $10^{-2}$ près.
4. On considère un échantillon de $n$ personnes prises au hasard dans la population considérée.
   **a.** Montrer que la probabilité $p_n$ qu'il y ait au moins une personne atteinte de surdité dans l'échantillon est égale à : $p_n = 1 - 0,9025^n$.
   **b.** Déterminer, en résolvant une inéquation, la plus petite valeur de n tel que $p_n \geq 0,8$

**Maths++ : temps additionnel !**

Soient $A$ et $B$ deux évènements non vides associés à une expérience aléatoire

1. Justifier que $p(B) = p(B \cap A) + p\left(B \cap \overline{A}\right)$.
2. En déduire que, si les évènements $A$ et $B$ sont indépendants pour la probabilité $p$, alors les évènements $\overline{A}$ et $B$ le sont également, puis que $\overline{A}$ et $\overline{B}$ le sont aussi.