1. Posons $Z = z^2$

(E1) $\Leftrightarrow z^4 - 3z^2 - 10 = 0 \Leftrightarrow Z^2 - 3Z - 10 = 0 \Leftrightarrow Z = 5$ ou $Z = -2$ ($\Delta = 81$)

$\Leftrightarrow z^2 = -2$ ou $z^2 = 5$

Donc $S = \{ i\sqrt{2} ; -i\sqrt{2} ; \sqrt{5} ; -\sqrt{5} \}$

2. **Soit $z \neq 3$** $\dfrac{z - 4i}{3 - z} = 2 + i \Leftrightarrow z - 4i = (3 - z)(2 + i)$

$\Leftrightarrow z - 4i = 6 + 3i - 2z - iz$

$\Leftrightarrow (3 + i)z = 6 + 7i$

$\Leftrightarrow z = \dfrac{6 + 7i}{3 + i} = \dfrac{(6 + 7i)(3 - i)}{(3 + i)(3 - i)} = \dfrac{25 + 15i}{10} = \dfrac{5}{2} + \dfrac{3}{2}i$

d'où $S = \{ \dfrac{5}{2} + \dfrac{3}{2}i \}$ car $\dfrac{5}{2} + \dfrac{3}{2}i \neq 3$

3. $\bar{z}^2 - z\bar{z} = -2 \Leftrightarrow (x - iy)^2 - (x^2 + y^2) = -2$ en posant $z = x + iy$ (forme algébrique)

$\Leftrightarrow x^2 - y^2 - 2xyi - (x^2 + y^2) = -2$

$\Leftrightarrow -2y^2 - 2xyi = -2$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y^2 = 1 \\ 2xy = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \text{ ou } y = -1 \\ x = 0 \text{ ou } y = 0 \end{cases}$

d'où $x = 0$ et $y = 1$ ou -1 ainsi $S = \{ i ; -i \}$

4. Soit $z \neq -4$ $\dfrac{iz^2 - 2}{z + 4} = -\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow 2(iz^2 - 2) = -z - 4$

$\Leftrightarrow 2iz^2 - 4 = -z - 4$

$\Leftrightarrow 2iz^2 + z = 0$

$\Leftrightarrow z(2iz + 1) = 0 \rightarrow$ produit nul

$\Leftrightarrow z = 0$ ou $2iz + 1 = 0$

$\Leftrightarrow z = 0$ ou $z = \dfrac{-1}{2i} = \dfrac{1}{2}i$

Ces deux valeurs sont bien différentes de -4

d'où $S = \{ 0 ; \dfrac{1}{2}i \}$

5. $2i\bar{z} + 4 = z + 3i \Leftrightarrow 2i(x - iy) + 4 = x + iy + 3i$ en posant $z = x + iy$ (forme algébrique)

$\Leftrightarrow (2y - x) + (2x - y)i = -4 + 3i$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2y - x = -4 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y + 4 \\ 2(2y + 4) - y = 3 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y + 4 \\ y = -\dfrac{5}{3} \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{5}{3} \\ x = \frac{2}{3} \end{cases}$$

d'où $S = \{ \frac{2}{3} - \frac{5}{3} i \}$

6. (S) : $\begin{cases} 3z + 2z' = 7 + i \\ -2z\ 5z' = 8 - 7i \end{cases}$

det (S) = 3 * 5 – (–2)(2) = 19 ≠ 0 donc (S) admet un couple solution unique

$2L_1 + 3L_2 \rightarrow 19 z' = 38 - 19 i$

$z' = 2 - i$

$-5 L_1 + 2L_2 \rightarrow -19z = -19 - 19i$

$z = 1 + i$

$S = \{ (1 + i ; 2 - i) \}$