EXERCICE 1 **6 pts**

Timothée passe quelques jours dans une capitale européenne. Il est intéressé par 11 musées différents dans cette capitale :

- 7 musées d'art
- 4 musées scientifiques.

Lors de ce séjour, il n'aura le temps que de visiter 5 musées différents.

1. Dans un premier temps, on s'intéresse aux différentes façons de choisir ces 5 musées, sans tenir compte de l'ordre dans lequel Timothée les visitera.
   - **a.** Calculer le nombre de façons que peut adopter Timothée pour choisir ces 5 musées.
   - **b.** Combien a-t-il de façons de choisir ces musées de sorte qu'il visite exactement 2 musées d'art ?
   - **c.** Combien a-t-il de façons de choisir ces musées de sorte qu'il visite au moins un musée scientifique ?
2. On prend maintenant en considération l'ordre dans lequel Timothée visitera ces musées.
   - **a.** On suppose que Timothée a déjà choisi 5 musées. Combien de façons a-t-il de les ordonner pour organiser les visites ?
   - **b.** S'il n'a pas fait encore le choix des 5 musées, combien de visites sont alors possibles ?
   - **c.** Timothée a choisi les 5 musées et décide d'en visiter un par jour, sauf un jour au cours duquel il en visitera deux. Combien a-t-il de façons d'organiser ces visites, en respectant cette contrainte, sans prendre en compte l'ordre des deux musées visités le même jour ?

EXERCICE 2 **5 points**

1. Calculer les intégrales I et J suivantes : $I = \displaystyle\int_0^1 \frac{e^{-x}}{1+e^{-x}}\,dx$ $\qquad J = \displaystyle\int_1^5 \frac{1}{\sqrt{3t+1}}\,dt$
2. Calculer l'intégrale L suivante à l'aide d'une double intégration par parties : $L = \displaystyle\int_0^1 x^2 e^x\,dx$

EXERCICE 3 **5 points**

La suite (u_n) est définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = \displaystyle\int_0^1 x^n \ln(x+1)\,dx$.

1. Déterminer le sens de variation de la suite (u_n).
2. En déduire que (u_n) est convergente.
3.
   - **a.** Démontrer que pour tout entier naturel n non nul, $u_n \leqslant \dfrac{\ln 2}{n+1}$.
   - **b.** En déduire la limite de la suite (u_n).

EXERCICE 4 **4 points**

Le plan est muni d'un repère orthogonal d'unités 2 cm sur (Ox) et 3cm sur (Oy).
Déterminer l'aire, en cm^2, du domaine $\mathcal{D}$ défini comme l'ensemble des points du plan situés entre l'axe des abscisses et la courbe d'équation $y = \dfrac{\ln x}{x}$ sur l'intervalle $\left[\dfrac{1}{4};4\right]$.

En donner une valeur approchée au mm^2 près.

<u>Indice</u> : on pourra mettre en évidence pour le calcul une expression de la forme : $u'(x)u(x)$