Corrigé DS der niv 1

Ex 2

① $$I = \int_0^1 \frac{e^{-x}}{1+e^{-x}}\,dx = \int_0^1 -\frac{-e^{-x}}{1+e^{-x}}\,dx$$

primitive de $\frac{u'}{u} \to \ln|u|$

$$= \left[-\ln|1+e^{-x}|\right]_0^1$$
$$= -\ln\left(1+\frac{1}{e}\right) + \ln 2$$
$$= \ln 2 - \ln\left(\frac{e+1}{e}\right)$$
$$= \ln 2 - \left[\ln(e+1) - \ln e\right]$$
$$= 1 + \ln 2 - \ln(e+1)$$

$$J = \int_1^5 \frac{1}{\sqrt{3t+1}}\,dt = \int_1^5 \frac{1}{3}\,\frac{3}{\sqrt{3t+1}}\,dt$$

primitive de $\frac{u'}{\sqrt{u}} \to 2\sqrt{u}$

$$= \left[\frac{1}{3}\times 2\sqrt{3t+1}\right]_1^5$$
$$= \frac{2}{3}\sqrt{16} - \frac{2}{3}\sqrt{4}$$
$$= \frac{4}{3}$$

② $$L = \int_0^1 x^2 e^x\,dx$$

$u'(x) = e^x \longrightarrow u(x) = e^x$

$v(x) = x^2 \quad\quad v'(x) = 2x$

u et v dérivables et de dérivées continues, d'où par intégration par parties :

$$L = \left[x^2 e^x\right]_0^1 - \int_0^1 2xe^x\,dx$$

$a'(x) = e^x \longrightarrow a(x) = e^x$

$b(x) = 2x \quad\quad b'(x) = 2$

a et b dérivable et de dérivées continues, d'où par IPP :

$$L = \left[x^2e^x\right]_0^1 - \left(\left[2xe^x\right]_0^1 - \int_0^1 2e^x\,dx\right)$$
$$= \left[x^2e^x - 2xe^x\right]_0^1 + \int_0^1 2e^x\,dx$$
$$= \left[x^2e^x - 2xe^x + 2e^x\right]_0^1$$
$$= e - 2e + 2e - 2$$
$$= e - 2$$