Exercice 1 — 3 pts

Déterminer l'expression de la dérivée de chacune des fonctions suivantes, définies et dérivables sur $\mathbb{R}$.

$f(x) = (1-2x)^{2023}$ $\qquad$ $g(x) = \dfrac{5}{(x^4+2)^5}$

Exercice 2 — 5 pts

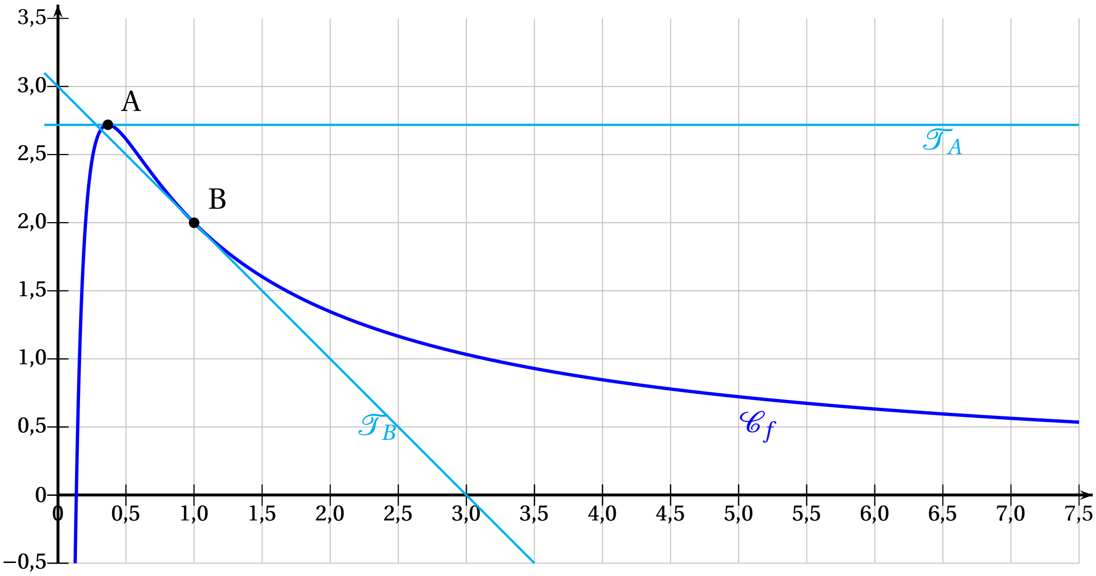
Sur le graphique ci-dessous, on a représenté dans un repère orthonormé :

— la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ d'une fonction f définie et dérivable sur $]0\,;\,+\infty[$;

— la tangente $\mathscr{T}_A$ à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A de coordonnées $\left(\dfrac{1}{\mathrm{e}}\,;\,\mathrm{e}\right)$;

— la tangente $\mathscr{T}_B$ à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point B de coordonnées $(1\,;2)$.

La droite $\mathscr{T}_A$ est parallèle à l'axe des abscisses. La droite $\mathscr{T}_B$ coupe l'axe des abscisses au point de coordonnées $(3\,;0)$ et l'axe des ordonnées au point de coordonnées $(0\,;3)$.



Partie I

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer, par lecture graphique, si elle est vraie ou fausse, en justifiant votre réponse.

1. Si f est la dérivée d'une fonction g, g est décroissante sur $[2;6]$.
2. Si f est la dérivée d'une fonction g, g est concave sur $[2;6]$.
3. $f'(x) \geqslant 0$ sur $[2;6]$.
4. Si f est la dérivée d'une fonction g, alors la courbe de g admet un point d'inflexion.

Partie II

1. Déterminer les valeurs de $f'\left(\dfrac{1}{\mathrm{e}}\right)$ et de $f'(1)$.
2. Donner une équation de la droite $\mathscr{T}_B$.

Tournez svp !

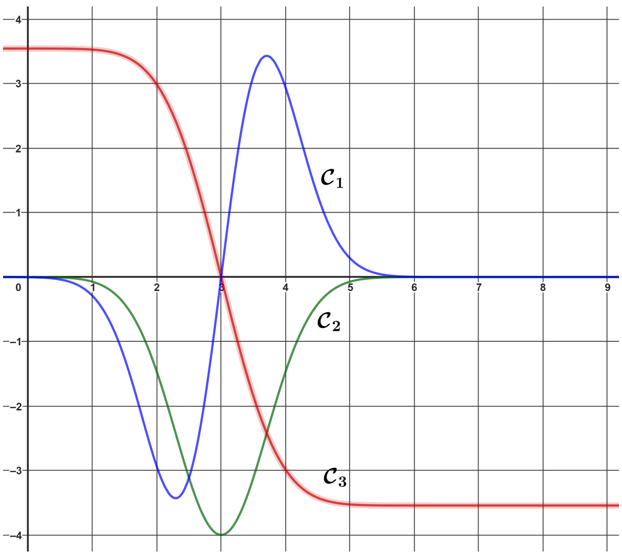
EXERCICE 3 **4 pts**

Soit la fonction f définie sur R par : $f(x) = x\mathrm{e}^{-x^2}$.

1. Vérifier que, pour tout réel x, on a : $f''(x) = 2x(2x^2-3)\mathrm{e}^{-x^2}$.
2. Etudier la convexité de f et préciser les abscisses des éventuels points d'inflexion de sa courbe.

EXERCICE 4 **2 points**

Ci-dessous sont représentées les courbes :
— d'une fonction f définie et deux fois dérivable sur $[0;9]$
— de sa dérivée f'
— de sa dérivée seconde f''



Déterminer, en justifiant votre choix, quelle courbe correspond à quelle fonction.

EXERCICE 5 **6 pts**

Soit la fonction f définie sur R par $f(x) = \sqrt{x^2+8}$.
On note $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère du plan.
Pour tout réel a, on note T_a la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse a.

1. **a.** Déterminer une équation de la tangente T_1 à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1.

   b. Vérifier que, pour tout réel x, on a : $f''(x) = \dfrac{8}{(x^2+8)\sqrt{x^2+8}}$.

   c. Montrer que, pour tout réel x, on a : $\sqrt{x^2+8} \geqslant \dfrac{x+8}{3}$.
2. Existe-t-il une tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ passant par l'origine du repère ?