EXERCICE 1

Timothée passe quelques jours dans une capitale européenne. Il est intéressé par 11 musées différents dans cette capitale :

- 7 musées d'art et d'histoire
- 4 musées scientifiques ou technologiques.

Lors de ce séjour, il n'aura le temps que de visiter 5 musées différents.

1. Dans un premier temps, on s'intéresse aux différentes façons de choisir ces 5 musées, sans tenir compte de l'ordre dans lequel Timothée les visitera.

a. Calculer le nombre de façons que peut adopter Timothée pour choisir ces 5 musées.

b. Combien a-t-il de façons de choisir ces musées de sorte qu'il visite exactement 2 musées d'art et d'histoire ?

c. Combien a-t-il de façons de choisir ces musées de sorte qu'il visite au moins un musée scientifique ou technologique ?

2. On prend maintenant en considération l'ordre dans lequel Timothée visitera ces musées.

a. On suppose que Timothée a déjà choisi 5 musées.
Combien de façons a-t-il de les ordonner pour organiser les visites ?

b. S'il n'a pas fait encore le choix des 5 musées, combien de visites sont alors possibles ?

c. Timothée a choisi les 5 musées et décide d'en visiter un par jour, sauf un jour au cours duquel il en visitera deux. Combien a-t-il de façons d'organiser ces visites, en respectant cette contrainte, sans préciser l'ordre des deux musées visités le même jour ?

EXERCICE 2

Partie A :

Dans un groupe de 20 élèves d'un lycée, un sondage révèle que :

- 14 élèves aiment les maths
- 7 aiment la physique
- 4 aiment les deux matières.

On choisit au hasard 4 élèves dans ce groupe de 20.
Parmi tous les choix possibles, combien comporte exactement 2 élèves qui n'aiment que les maths et 2 autres qui n'aiment que la physique ?

Partie B : Compléter le texte ci-dessous par les formules ou les calculs adaptés (le résultat n'est pas demandé)

1. Une boîte contient 15 balles numérotées de 1 à 15. On procède au tirage de 6 balles simultanément. Le nombre de résultats différents est donné par ......

2. Dans une salle, il y a 15 chaises. 6 élèves arrivent. Le nombre de façons différentes qu'ils ont de s'installer sur ces chaises est donné par ......

3. Pour aller à son travail , Léo rencontre sur son trajet 7 feux tricolores. Chaque feu peut avoir la couleur rouge, orange ou verte. Un trajet étant une succession de couleurs des feux, le nombre de trajets différents que peut rencontrer Léo pour se rendre à son travail est ......

Partie C :

1. Simplifier les nombres suivants : $\dfrac{(n+2)\,!}{(n+1)!} - \dfrac{(n+1)\,!}{n!}$ (où $n \in \mathbb{N}$)

2. Démontrer la relation de Pascal : $\dbinom{n}{k} = \dbinom{n-1}{k-1} + \dbinom{n-1}{k}$ pour $n \geqslant 2$ et $1 \leqslant k \leqslant n-1$

3. Résoudre l'équation $\dbinom{n}{3} = \dbinom{n}{n-1}$ où n est un entier naturel supérieur ou égal à 3.

EXERCICE 3

Un circuit électrique comprend en série un générateur qui délivre une tension U et une bobine de résistance R et d'inductance L.

L'intensité i du courant dans le circuit (exprimée en ampères) est une fonction du temps t (exprimé en secondes), dérivable sur $\mathbb{R}$, qui vérifie l'équation différentielle :

$$\mathrm{L}i'(t) + \mathrm{R}i(t) = \mathrm{U}$$

1. Sachant que L= 0,2, R= 100, et U= 10, vérifier que la fonction i est solution de l'équation différentielle

$$(\mathrm{E}) :\ y' = -500y + 50$$

2. Donner l'ensemble des solutions de (E).

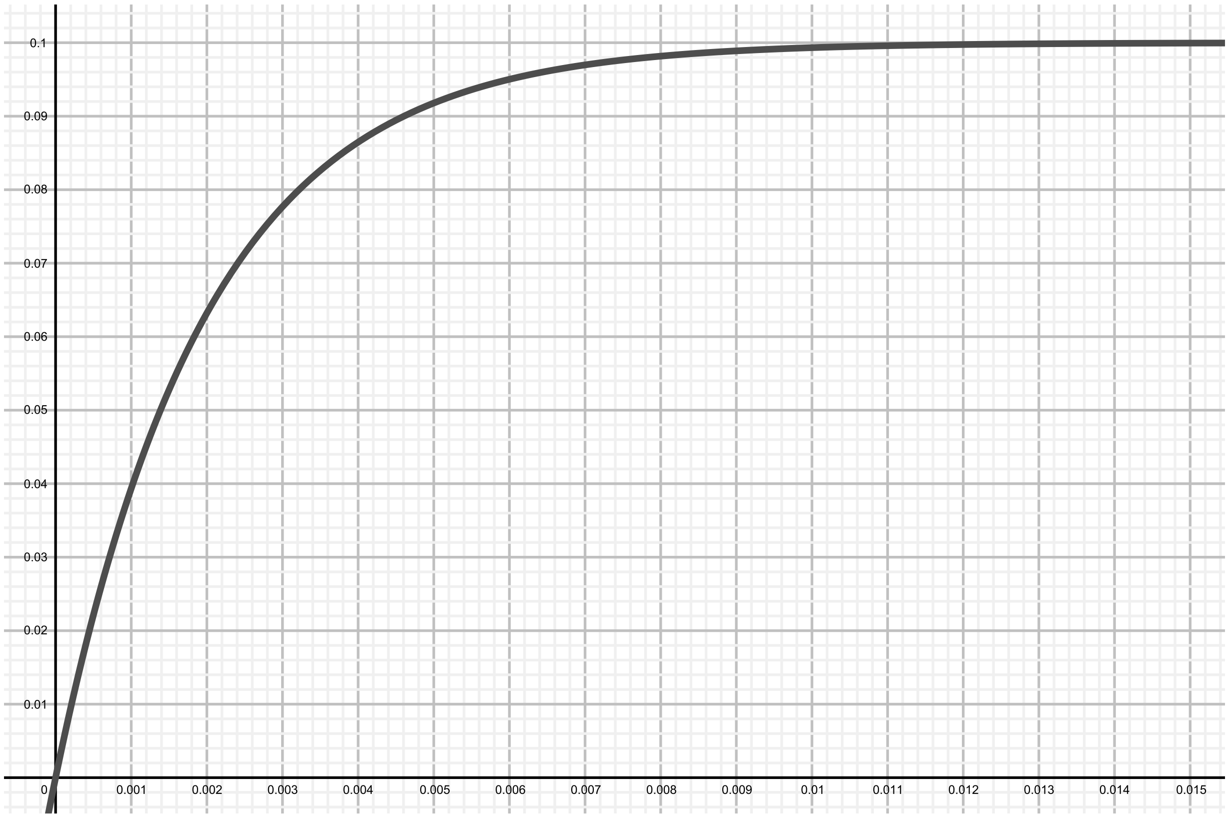
3. **a.** Sachant que $i(0) = 0$, montrer que i est définie sur $\mathbb{R}$ par $i(t) = \dfrac{1}{10}\left(1 - \mathrm{e}^{-500t}\right)$

b. Déterminer $\displaystyle\lim_{t \to +\infty} i(t)$

c. Déterminer le sens de variation de i.

d. Déterminer par le calcul l'instant t_1 à partir duquel l'intensité sera supérieure à 0,095.

4. On donne ci-dessous la courbe $\mathscr{C}$ de la fonction i.



a. Déterminer algébriquement les coordonnées du point d'intersection I de la tangente T à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse zéro avec l'asymptote à $\mathscr{C}$.

b. Construire précisément dans le repère ci-dessus la droite T, l'asymptote à $\mathscr{C}$, et placer le point I.

EXERCICE 4

1. Déterminer une primitive de chacune des fonctions suivantes sur l'ensemble I donné :

   a. $f(x) = (4x+3)\mathrm{e}^{4x^2+6x}$ sur I= $\mathbb{R}$

   b. $g(x) = \dfrac{\ln x}{x}$ sur I=$]0;+\infty[$

   c. $h(x) = \dfrac{2x}{7-3x^2}$ sur I= $[0;1]$

2. Résoudre chacune des équations différentielles suivantes sur l'ensemble I donné :

   a. $y' = \dfrac{6x}{\sqrt{x^2+3}}$ sur I= $\mathbb{R}$

   b. $y' = x(-4x^2+5)^4$ sur I= $\mathbb{R}$

   c. $y' = \dfrac{x^3}{(x^4+1)^3}$ sur I= $\mathbb{R}$

   d. $y' = \dfrac{1}{x\ln x}$ sur I=$]1;+\infty[$

3. Soit ϕ définie sur $I=]2;+\infty[$ par $\phi(x) = \dfrac{x+13}{(x+3)(2-x)}$.

   a. Déterminer les réels a, et b tels que, pour tout x de I, on ait : $\phi(x) = \dfrac{a}{x+3} + \dfrac{b}{2-x}$.

   b. En déduire les primitives de la fonction ϕ sur I.

   c. Déterminer la primitive Φ de la fonction ϕ sur I vérifiant $\phi(3) = \ln 4$