EXERCICE 1

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\frac{1}{4}x^4+x^3+2x^2+2x+1$.

1. Etudier les variations de f' sur $\mathbb{R}$.
2. Calculer $f'(-1)$ et en déduire le signe de f' sur $\mathbb{R}$.
3. Dresser le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$.

EXERCICE 2

Etudier la limite de chacune des suites suivantes, définies pour tout entier n non nul :

$$u_n=\frac{2n^3-n+1}{3n^2+n} \qquad v_n=-5(\sqrt{2})^n \qquad w_n=\frac{1-2n}{n+\sqrt{n}} \qquad s_n=(-1)^n+\frac{1}{n}$$

EXERCICE 3

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier n par : $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n+\frac{1}{4}n+1 \end{cases}$

1. **a.** Démontrer par récurrence que, pour tout entier n, on a : $u_n \leqslant n+4$

   b. Démontrer que, pour tout entier n, on a : $u_{n+1}-u_n=\frac{4+n-u_n}{4}$

   c. En déduire le sens de variation de (u_n)
2. On définit la suite (v_n) sur $\mathbb{N}$ par : $v_n=u_n-n$.

   a. Montrer que (v_n) est géométrique de raison $\frac{3}{4}$.

   b. En déduire l'expression de u_n en fonction de n.

   c. Déterminer la limite de la suite (u_n).

EXERCICE 4

Soit la fonction rationnelle f définie sur $\mathbb{R}_{\setminus\{1\}}$ par $f(x)=ax+b+\frac{8}{x-1}$ où a et b sont des réels.

On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormal $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$.

1. Déterminer a et b tels que la courbe $\mathscr{C}$ passe par le point A de coordonnées $(-1;-7)$ et admette une tangente horizontale en ce point.
2. Vérifier que $f(x)=\frac{2x^2-3x+9}{x-1}$ sur $\mathbb{R}_{\setminus\{1\}}$
3. Calculer $f'(x)$.
4. Dresser le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}_{\setminus\{1\}}$

EXERCICE 5

On considère l'algorithme suivant :

```
n ⟵ 0
U ⟵ 1
Tant que U < 5000
        n ⟵ n+1
        U ⟵ 4U+1
Fin Tant Que
Afficher n.
```

1. Donner sans justifier le premier terme et la relation de récurrence qui définissent la suite des valeurs affectées successivement dans la variable U.
2. Donner sans justifier la valeur de n qui sera affichée lors de l'exécution de cet algorithme. Expliquer à quoi correspond cette valeur.