

Barème sur 25 points**EXERCICE 1 Diviseurs****9 pts**

1. Soit $\mathcal{D}_{600}$ l'ensemble des diviseurs de 600 dans $\mathbb{N}$.
Déterminer le nombre d'éléments de $\mathcal{D}_{600}$, que l'on note $\text{Card}(\mathcal{D}_{600})$
2. Déterminer les entiers naturels n tels que $4n - 5$ divise 7.
3. Déterminer les entiers naturels n tels que $n - 4$ divise $3n - 17$.
4. Déterminer les couples $(x; y)$ d'entiers naturels solutions de $(3x - y)(3x + y) = 32$.

EXERCICE 2 Division euclidienne**8 pts**

1. Déterminer le quotient et le reste de la division euclidienne de -782 par 61.
2. Déterminer le quotient et le reste de la division euclidienne de $2^{2024} + 362$ par 4.
3. La différence entre deux entiers naturels est 421. Dans la division euclidienne de l'un par l'autre, le quotient est 8 et le reste 22. Quels sont ces deux entiers?
4. Dans la division euclidienne entre deux entiers naturels, le dividende est 654 et le quotient 17. Quelle(s) valeur(s) peut avoir le diviseur?

EXERCICE 3 Petite démonstration**4 pts**

Soient a et b deux entiers relatifs non nuls.

Montrer que, si a divise b et b divise a , alors $|a| = |b|$.

EXERCICE 4 Pourquoi tant de n ?**4 pts**

Soit $n \in \mathbb{N}^*$.

Déterminer le reste, en fonction de n , dans la division euclidienne par n de la somme S_n des n premiers entiers strictement positifs.

$$\rightarrow \text{Rappel: } S_n = 1 + 2 + \cdots + n = \sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$$