Corrigé DS n° 1

Exercice 1 **1,5 pts**

1. $x < -\dfrac{1}{2}$ équivaut à $x \in \left]-\infty\,;\,-\dfrac{1}{2}\right[$ 0,5 pt
2. $x \geqslant \sqrt{5}$ équivaut à $x \in \left[\sqrt{5}\,;\,+\infty\right[$ 0,5 pt
3. $-1 < x \leqslant 13$ équivaut à $x \in]-1\,;\,13]$ 0,5 pt

Exercice 2 **4,5 pts**

1. $I = [-10\,;\,3]$ et $J =]-4\,;\,+\infty[$
   $I \cup J = [-10\,;\,+\infty[$ et $I \cap J =]-4\,;\,;\,3]$ 1,5 pt
2. $I =]-0{,}01\,;\,7]$ et $J =]0{,}07\,;\,1]$
   $I \cup J =]-0{,}01\,;\,7]$ et $I \cap J =]0{,}07\,;\,1]$ 1,5 pt
3. $I =]-\infty\,;\,\pi]$ et $J =]\pi\,;\,+\infty[$
   $I \cup J = \mathbb{R}$ et $I \cap J = \varnothing$ 1,5 pt

Exercice 3 **$9 \times 0{,}5 = 4{,}5$ pts**

$\dfrac{22}{5} \in \mathbb{D}$ $\quad \dfrac{\sqrt{2}}{3} \notin \mathbb{Q}$ $\quad \dfrac{27}{3} \in \mathbb{Z}$ $\quad \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$ $\quad -9{,}01 \in \mathbb{Q}$

$\sqrt{\dfrac{9}{16}} \in \mathbb{D}$ $\quad [1;2] \not\subset]1;10]$ $\quad -2^2 \in]-\infty;0]$ $\quad 0{,}33 \notin \left[\dfrac{1}{3};2\right]$

Exercice 4 **2 pts**

1. Un décimal qui ne soit pas rationnel : impossible car $\mathbb{D} \subset \mathbb{Q}$
2. Un rationnel qui ne soit pas décimal : $\dfrac{1}{3}$
3. Un irrationnel appartenant à $[-40;-30]$: -10π
4. Un rationnel appartenant à $\left]\dfrac{5}{100};\dfrac{6}{100}\right[$: $\dfrac{53}{1000}$.

Exercice 5 **2 pts**

$$\begin{aligned}
\vec{u} &= \overrightarrow{ZC} + \overrightarrow{QZ} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CQ} + \overrightarrow{DQ} \\
&= \overrightarrow{QZ} + \overrightarrow{ZC} + +\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DQ} + \overrightarrow{CQ} \\
&= \overrightarrow{QQ} + \overrightarrow{CQ} \\
&= \vec{0} + \overrightarrow{CQ} = \overrightarrow{CQ}
\end{aligned}$$
1 pt

$$\begin{aligned}
\vec{v} &= \overrightarrow{UT} - \overrightarrow{TB} - \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{TM} + \overrightarrow{BU} \\
&= \overrightarrow{UT} + \overrightarrow{BT} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{TM} + \overrightarrow{BU} \\
&= \overrightarrow{BU} + \overrightarrow{UT} + \overrightarrow{TM} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BT} \\
&= \overrightarrow{BT}
\end{aligned}$$
1 pt

Exercice 6 **4 pts**

a/ $25 - x^2 = (5-x)\,(5+x)$ 1 pt

b/ $16x^2 - 9 = (4x-3)\,(4x+3)$ 1 pt

c/ $1 - \dfrac{1}{4}x^2 = \left(1 - \dfrac{1}{2}x\right)\left(1 + \dfrac{1}{2}x\right)$ 1 pt

d/ $x^2 - 7 = (x - \sqrt{7})\,(x + \sqrt{7})$ 1 pt

Exercice 7 **4,5 pts**

a/ $\left(x - \dfrac{1}{2}\right)^2 = x^2 - x + \dfrac{1}{4}$ 1 pt

b/ $(1-3x)^2 = 1 - 6x + 9x^2$ 1 pt

c/ $\left(4x - \dfrac{1}{3}\right)\left(4x + \dfrac{1}{3}\right) = 16x^2 - \dfrac{1}{9}$ 1 pt

d/ $$\begin{aligned}
(x-3)(1-3x) - x(5-3x) &= x - 3x^2 - 3 + 9x - (5x - 3x^2) \\
&= x - 3x^2 - 3 + 9x - 5x + 3x^2 \\
&= 5x - 3
\end{aligned}$$
1,5 pt

Exercice 8 **7 pts**

1. Question de cours :
   Si un point C est l'image d'un point K par la translation de vecteur $\overrightarrow{OA}$, alors on a $\overrightarrow{KC} = \overrightarrow{OA}$, et le quadrilatère OACK est un parallélogramme. 1 pt
2. (a) construction du carré de centre O 0,5 pt
   (b) construction du point E 0,5 pt
   (c) construction du point F 0,5 pt

(d) F est le symétrique de B par rapport à I, donc I est le milieu de [BF].
Or I est le milieu de [OC]
Donc les diagonales de OBCF se coupent en leur milieu.
Ainsi OBCF est un parallélogramme.
On en déduit que : $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{FC}$. 1,5 pts

(e) E est l'image de B par la translation de vecteur $\overrightarrow{OA}$, donc $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{OA}$.
Et EBOA est un parallélogramme.
D'où $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{AE}$.
Or $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{FC}$ car OBCF est un parallélogramme.
D'où $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{FC}$
Ce qui prouve que AECF est un parallélogramme. 1,5 pts

(f) Comme AECF est un parallélogramme, ses diagonales se coupent en leur milieu.
Or O est le milieu de la diagonale [AC].
Donc O est le milieu de l'autre diagonale [EF]. 1,5 pts