Sec 6 — CORRIGÉ DS n° 8

Ex I

1) $\vec{u}$ et $\vec{v}$ colinéaires $\iff \det(\vec{u};\vec{v})=0$

$$\iff \begin{vmatrix} -6 & 2 \\ \frac{3}{4}+m & m \end{vmatrix} = 0$$

$\iff -6m - 2\left(\frac{3}{4}+m\right) = 0$

$\iff -6m - \frac{3}{2} - 2m = 0$

$\iff -8m = \frac{3}{2}$

$\iff m = \frac{3}{2\times(-8)} = \frac{-3}{16}$

2) $\vec{u}$ et $\vec{v}$ colinéaires $\iff \begin{vmatrix} m-3 & -6 \\ -1 & m+3 \end{vmatrix} = 0$

$\iff (m-3)(m+3) - (-1)(-6) = 0$

$\iff m^2 - 9 - 6 = 0$

$\iff m^2 = 15$

$\iff m = \sqrt{15}$ ou $m = -\sqrt{15}$

Ex II

1) $\det(\vec{AC};\vec{AD}) = \begin{vmatrix} 3 & -5 \\ 3 & -4 \end{vmatrix} = 3(-4) - 3(-5)$

$= 3$

$\neq 0$

donc $\vec{AC}$ et $\vec{AD}$ non colinéaires

donc A, C et D non alignés.

2) Soit $M(x;y)$

$\vec{AM} = \frac{1}{3}\vec{AB} - 2\vec{AC} \iff \begin{cases} x-6 = \frac{1}{3}(-3) - 2(3) \\ y+2 = \frac{1}{3}(9) - 2(3) \end{cases}$

$\iff \begin{cases} x-6 = -7 \\ y+2 = -3 \end{cases}$

$\iff \begin{cases} x = -1 \\ y = -5 \end{cases}$ donc $M(-1;-5)$

3) Soit $E(1;y)$

$(AE) \parallel (BC) \iff \det(\vec{AE};\vec{BC}) = 0 \iff \begin{vmatrix} -5 & 6 \\ y+2 & -6 \end{vmatrix} = 0$

$\iff (-5)(-6) - 6(y+2) = 0$

$\iff 30 - 6y - 12 = 0$

$\iff 6y = 18$

$\iff y = 3$ donc $E(1;3)$

ex III

1) $y = 17$ 2) $x = -2$

3) coef. directeur de (AB) : $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{15}{-5} = -3$

donc l'équation réduite de (AB) est de la forme $y = -3x + p$

$A \in (AB) \iff -6 = -3(3) + p \iff -6 = -9 + p \iff 3 = p$

donc (AB) : $\boxed{y = -3x + 3}$

4) Soit $M(x;y)$

$M \in (AC) \iff \det(\vec{AM};\vec{AC}) = 0$

$\iff \begin{vmatrix} x-3 & -14 \\ y+6 & 23 \end{vmatrix} = 0$

$\iff 23(x-3) - (y+6)(-14) = 0$

$\iff 23x + 14y + 15 = 0$

Fin de ex III

5) si $y = 0$ alors $-\frac{1}{3}x + 6 = 0$

$\frac{1}{3}x = 6$

$x = 18$ d'où $B(18;0)$

6) $\Delta \parallel \mathcal{D}$ donc une équation de Δ est de la forme $-\frac{1}{3}x + 3y + b = 0$

$Z \in \Delta \iff -\frac{1}{3}(-9) + 3\times 2 + b = 0$

$\iff b = -9$

d'où Δ : $-\frac{1}{3}x + 3y - 9 = 0$

Ex IV

1) $-\frac{1}{3}\times 8 + 3\left(-\frac{11}{9}\right) + 6 = -\frac{8}{3} - \frac{11}{3} + 6 = -\frac{19}{3} + 6 = -\frac{1}{3} \neq 0$

donc $Z \notin \mathcal{D}$.

2) $-\frac{1}{3}x + 3y + 6 = 0 \iff 3y = \frac{1}{3}x - 6 \iff \boxed{y = \frac{1}{9}x - 2}$

3) $\vec{u}\begin{pmatrix} -3 \\ -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$ est un vect. directeur de $\mathcal{D}$.

4) si $x = 0$ alors $y = \frac{1}{9}\times 0 - 2 = -2$ donc le point cherché est $A(0;-2)$