

On considère un tétraèdre $ABCD$

On note I et J sont les milieux respectifs des segments $[BC]$ et $[AD]$.

On note G le centre de gravité du triangle BCD , c'est à dire le point défini par : $\overrightarrow{DG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DI}$

On note \vec{u} le vecteur défini par : $\vec{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$

L'objectif de cet exercice est de montrer que les vecteurs \vec{u} , \overrightarrow{DG} et \overrightarrow{IJ} sont coplanaires.

1. Méthode vectorielle

- Démontrer que $2\overrightarrow{IJ} = -\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC}$
- Démontrer que $3\overrightarrow{DG} = \overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}$
- En déduire que $\overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{DG}$ est colinéaire à \vec{u} .
- Conclure

2. Méthode analytique dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}; \overrightarrow{AD})$

- Déterminer les coordonnées des points I , J et G dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}; \overrightarrow{AD})$.
- En déduire les coordonnées des vecteurs \vec{u} , \overrightarrow{DG} et \overrightarrow{IJ} dans la base $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}; \overrightarrow{AD})$.
- Conclure.