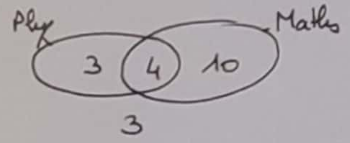
CORRIGÉ ARCHIVES DS 29 mars

Ex 2 Partie A

Diagramme de Venn



Nombre de groupes de 4 élèves comportant 2 élèves qui n'aiment que les Maths et 2 qui n'aiment que la physique $\longrightarrow \binom{10}{2} \times \binom{3}{2} = \frac{10\times 9}{2} \times \frac{3 \times 2}{2} = \underline{\underline{135}}$

Partie B

① ... est donné par $\binom{15}{6}$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{tirage d'une "main" de} \\ \text{6 boules } \underline{\text{simultanément}} \\ \to \text{pas d'ordre} \end{array} \right.$

② ... de s'installer sur ces chaises est donné par $A_{15}^{6} = 15\times 14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10$

$= \frac{15!}{(15-6+1)!}$

en effet cela revient à créer une 6-liste dans un ensemble à 15 éléments <u>sans répétition</u>.
On attribue un numéro de chaise à chaque élève

③ nombre de "trajets" différents est 3^7.
c'est le nombre de 7-listes ou 7-uplets de l'ensemble A^7 avec $A = \{V ; O ; R\}$
vert orange rouge

produit cartésien $A \times A \times \dots \times A$

$\text{Card}(A^7) = (\text{Card} A)^7$

Partie C

1. $\frac{(n+2)!}{(n+1)!} - \frac{(n+1)!}{n!} = (n+2) - (n+1) = 1$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

2. relation de Pascal.
Soit $n \in \mathbb{N}$ tq $n \geqslant 2$ et $k \in [\![1 ; n-1]\!]$

$$\binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k} = \frac{(n-1)!}{(k-1)!\,(n-1-k+1)!} + \frac{(n-1)!}{k!\,(n-1-k)!}$$

$$= \frac{(n-1)!}{(k-1)!\,(n-k)!} + \frac{(n-1)!}{k!\,(n-1-k)!}$$

$$= \frac{(n-1)! \times k}{k\,(k-1)!\,(n-k)!} + \frac{(n-1)! \times (n-k)}{k!\,(n-k-1)!\,(n-k)}$$

$$= \frac{(n-1)!\,k + (n-1)!\,(n-k)}{(k)!\,(n-k)!}$$

$$= \frac{(n-1)!\,[k + (n-k)]}{k!\,(n-k)!} = \frac{(n-1)!\,n}{k!\,(n-k)!}$$

$$= \frac{n!}{k!\,(n-k)!} = \binom{n}{k}$$

3. Soit $n \in \mathbb{N}$ tel que $n \geqslant 3$.

$\binom{n}{3} = \binom{n}{n-1} \iff \frac{n(n-1)(n-2)}{3\times 2 \times 1} = n$ NB $\binom{n}{n-1} = \binom{n}{1} = n$

$\iff \frac{(n-1)(n-2)}{6} = 1$ car $n \neq 0$

$\iff n^2 - 3n + 2 = 6$

$\iff n^2 - 3n - 4 = 0$

$\iff n = 4$ ou $n = -1$

or $n \in \mathbb{N}$ d'où $n = 4$