

Ex 1 ① Dénombrement "sans ordre"

a) Timothée choisit 5 musées parmi 11  
 Nombre de combinaisons  $\binom{11}{5} = \underline{\underline{462}}$

b) Visite exactement 2 musées d'art  
 $\binom{7}{2} \times \binom{4}{3} = \underline{\underline{84}}$

↑  
 choix de 2 musées d'art parmi 7      choix de 3 musées de sciences parmi 4

c) visite d'au moins un musée sciences

1<sup>ère</sup> méthode de dénombrement

$$N = \underbrace{\binom{4}{1} \times \binom{7}{4}}_{\text{visites avec 1 musée scienc.}} + \underbrace{\binom{4}{2} \times \binom{7}{3}}_{\text{--- avec 2 ---}} + \underbrace{\binom{4}{3} \times \binom{7}{2}}_{\text{--- avec 3 ---}} + \underbrace{\binom{4}{4} \times \binom{7}{1}}_{\text{--- avec 4 ---}}$$

$$N = 140 + 210 + 84 + 7 = \underline{\underline{441}}$$

2<sup>ème</sup> méthode **plus efficace**

au moins un musée science = contraire de "aucun"

donc  $N = \underbrace{\binom{11}{5}}_{\text{toutes les visites possibles}} - \underbrace{\binom{7}{5}}_{\text{visites sans aucun musée sciences}} = 462 - 21 = 441$

② Dénombrement de visites ordonnées.

a) le choix des 5 musées est fait  
 Il y a donc 5! façons possibles de visiter les 5 musées soit 120

↳ nombre de permutations de 5 musées

(N.B. on peut aussi parler "maladroïtement" du nombre d'arrangements de 5 musées parmi 5 :  $A_5^5 = 5 \times 4 \times 3 \times \dots \times 1$ )

b) le choix des 5 musées n'est pas encore fait.

On cherche alors le nombre d'arrangements de 5 musées parmi 11  
 En effet définir une visite revient à remplir une grille à 5 cases c'est à dire créer une 5-liste ou un 5-uplet, sans répétition car on ne visite pas 2 fois le même musée.

Nombre de visites possibles :  $A_{11}^5 = 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 = \frac{11!}{(11-5)!} = \underline{\underline{55\,440}}$

variante classique :

Timothée choisit 5 musées parmi 11 →  $\binom{11}{5}$  combinaisons  
 puis il décide de l'ordre des visites → 5! permutations

donc le nombre de visites possibles est  $\binom{11}{5} \times 5! = \frac{11!}{5! \cdot 6!} \times 5! = \frac{11!}{6!} = A_{11}^5 = \underline{\underline{55\,440}}$

c) Timothée choisit 2 musées qu'il visitera le même jour, dans une liste choisie de 5 musées.

Nombre de visites possibles  $\binom{5}{2} \times 4! = \underline{\underline{240}}$

↑  
 choix des 2 musées à visiter le même jour      permutations de 4 visites journalières

↳ c'est comme si Timothée "agrafait" 2 tickets d'entrée pour se retrouver avec 4 tickets à permuer